

Potenzgesetze

Gesetzmäßigkeiten

Bezeichnungen

$$a^n = c$$

a: Basis

n: Hochzahl, Exponent

c: Potenzwert

Die Potenzgesetze ermöglichen uns, Potenzen mit ähnlichen Eigenschaften zusammenzufassen, zum Beispiel das Zusammenfassen von Potenzen mit der gleichen Basis oder Potenzen mit dem gleichen Exponenten.

Addition und Subtraktion von Potenzen

$$ax^n \pm bx^n = (a \pm b)x^n$$

Potenzen mit gleicher Basis und gleichem Exponenten können addiert oder subtrahiert werden.

Beispiel 1:

$$3x^3 + 4x^3 - 5x^3 = 2x^3$$

Potenzgesetze

$$a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a \text{ (n mal a)}$$

Eine Potenz ist eine Multiplikation gleicher Faktoren (Basis), bei der der Exponent die Anzahl der Faktoren angibt.

Beispiel 2:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27$$

Dieses auch in den Taschenrechner eingeben.

Wichtig ist der Hinweis, dass es zu folgender Rechnung keine Gesetzmäßigkeit gibt, und damit die Rechnung falsch ist. Dieses wird sehr häufig verwechselt.

$$3 + 3 + 3 \neq 3^3$$

$$a^0 = 1$$

Beispiel 3:

$$3^0 = 1$$

Beispiel 4:

$0^0 =$ nicht definiert

$$a^1 = a$$

Beispiel 5:

$$3^1 = 3$$

Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert indem man die Hochzahlen addiert und die Basis beibehält.

Einfache Beispiele**Beispiel 6:**

$$3^3 \cdot 3^2 = 3^{3+2} = 3^5$$

Hierbei ist zu bemerken, dass die Berechnung

$$3^3 \cdot 3^2 = 3^{3 \cdot 2} = 3^6$$

zu einem falschen Ergebnis führt.

Bemerkung:

$$(-a)^n = \begin{cases} a^n & \text{falls } n \text{ gerade} \rightarrow (-3)^2 = 3^2 = 9 \\ -a^n & \text{falls } n \text{ ungerade} \rightarrow (-3)^3 = -3^3 = -27 \end{cases}$$

Division von Potenzen mit gleicher Basis

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad a \neq 0$$

Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert indem man die Hochzahlen subtrahiert und die Basis beibehält.

Beispiel 7:

$$\frac{3^8}{3^3} = 3^{8-3} = 3^5$$

Potenzieren von Potenzen

Potenzen werden potenziert, indem man die Exponenten multipliziert und die Basis beibehält.

$$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m \cdot n}$$

Beispiel 8:

$$(4^2)^3 = 4^6$$

Division von Potenzen mit ungleicher Basis aber gleichem Exponenten

Potenzen mit ungleicher Basis aber gleichem Exponenten werden dividiert, indem man ihre Basen dividiert und den Exponenten beibehält.

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m \quad b \neq 0$$

Beispiel 9:

$$\frac{30^3}{10^3} = \left(\frac{30}{10}\right)^3 = 3^3 = 27$$

Multiplikation von Potenzen mit ungleicher Basis aber gleichem Exponenten

Potenzen mit ungleicher Basis aber dem gleichem Exponenten werden multipliziert, indem man ihre Basen multipliziert und den Exponenten beibehält.

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

Beispiel 10:

$$12^3 \cdot 3^3 = (12 \cdot 3)^3$$

Wechseln der Potenz zwischen Zähler und Nenner

$$\frac{1}{a^m} = a^{-m}$$

Setzt man eine Potenz vom Zähler in den Nenner oder umgekehrt, so ändert sich das Vorzeichen des Exponenten.

Beispiel 11:

$$\frac{1}{2^2} = 2^{-2}$$

