
Berufsbegleitende Studiengänge

Aufgabensammlung Mathematik



Dipl. Mathematiker (FH) Roland Geiger
Rosenstr. 23
72631 Aichtal
cs.geiger@t-online.de
www.cs-geiger.de

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	2
Allgemeine Regeln	3
Internet.....	4
Lösungen zu den Aufgaben	4
Internet	4
QR-Code	5
YouTube	5
Ausmultiplizieren von Ausdrücken	6
Bruchrechnen.....	7
Potenzgesetze	11
Wurzelgesetze.....	13
Binomische Formeln.....	15
Logarithmen.....	16
Polynomgleichungen	18
Matrizenrechnung.....	20
Wiederholungsaufgaben und alte Klausuraufgaben	23
Anwendungen zu der Matrizenrechnung.....	24
Wiederholungsaufgaben und alte Klausuraufgaben	30
Inverse Matrix.....	32
Wiederholungsaufgaben und alte Klausuraufgaben	33
Determinanten.....	34
Wiederholungsaufgaben und alte Klausuraufgaben	40
Lineare Gleichungssysteme	41
Wiederholungsaufgaben und alte Klausuraufgaben	45
Lineare Optimierung	46
Wiederholungsaufgaben und alte Klausuraufgaben	52

Allgemeine Regeln

Keine Handys, Smartphones, Tablets, Notebooks, MP3-Player, und sonstige elektronischen Geräte.

(Sollten auch nicht auf dem Tisch liegen)

Sollten Sie unbedingt kommunizieren müssen, so gehen Sie freiwillig aus dem Raum oder Sie bekommen von mir eine Pause zugeteilt, in der Sie in Ruhe Ihre Kommunikation durchführen können.



Internet

Lösungen zu den Aufgaben

Internet

<http://www.cs-geiger.de/bmathematik.htm>

Computerseminare, Mathematik und Statistik

Bodensee Campus Konstanz

Berufsbegleitende Studiengänge - Vorlesung Mathematik

Mathematik

Skripte

[Ausmultiplizieren von Ausdrücken](#)

[Bruchrechnen](#)

[Potenzgesetze](#)

[Wurzelgesetze](#)

[Binomische Formeln](#)

[Logarithmen](#)

[Polynomgleichungen](#)

[Matrizen](#)

[Determinanten](#)

[Lineare Gleichungssysteme](#)

[Lineare Optimierung](#)

Formelsammlung

[Formelsammlung für Mathematik](#)

Aufgabensammlung

[Übungsaufgaben](#)

[Lösung](#)

Tutorium

Aufgaben für das Tutorium

[Lösung](#)

Klausuren

Siehe Aufgabensammlung

Roland Geiger - Rosenstr.23 - 72631 Aichtal

Fon 07127-960750 - Fax [07127-960751](tel:07127-960751) - cs.geiger@t-online.de

QR-Code



YouTube

<http://www.youtube.com/channel/UCro4ldWf20euH8u1SXU3l-g>

A screenshot of a YouTube channel page. At the top, there is a navigation bar with the YouTube logo, a search bar containing the word "Suchen", and buttons for "Hochladen" and "Anmelden". Below the navigation bar is a banner image featuring a profile picture of a man on the left and a dark, geometric pattern on the right. Underneath the banner, the channel name "GoodBetterMaCoSta" is displayed, followed by a red "Abonnieren" button with a subscriber count of "0". A text box contains the following description: "Mein Ziel ist es die Mathematik, die Statistik und die Computeranwendungen durchschaubarer und verständlicher zu machen. Dazu habe ich verschiedene Playlisten für meine Studenten angelegt. Dort finden Sie die Lösungen für Aufgaben aus der Aufgabensammlung. Auch wenn Sie nicht Student sind und Übungen zu diesen Bereichen brauchen, sind Sie gerne willkommen um die Lösungen von Übungsaufgaben online nachzuverfolgen." Below the text box is a link that says "Weniger anzeigen". At the bottom of the channel page, a message states "Auf diesem Kanal gibt es keine Inhalte".

Vorwissen für die Vorlesung

Ausmultiplizieren von Ausdrücken

Aufgabe 1:

Multiplizieren Sie folgenden Ausdruck aus und fassen Sie zusammen.

$$\left(\frac{2}{3}x - 2\right) \cdot (x + 3)$$

Aufgabe 2:

Multiplizieren Sie folgenden Ausdruck aus und fassen Sie zusammen.

$$5a(8a - 11b) - b(9a - 5b)$$

Aufgabe 3:

Multiplizieren Sie folgenden Ausdruck aus und fassen Sie zusammen.

$$(-5a) \cdot (10a - 12x) - (3a - 7ax)$$

Aufgabe 4:

Klammern Sie so viel wie möglich aus.

$$45pq + 27p^2q^2$$

Aufgabe 5:

Multiplizieren Sie folgenden Ausdruck aus und fassen Sie zusammen.

$$(2 - x) \cdot (3x - 4) - (x - 1) \cdot (2x + 3) - 5x(2 - x)$$

Bruchrechnen

Aufgabe 6:

Berechnen Sie folgenden Bruch in Dezimaldarstellung um.

$$7\frac{4}{5}$$

Aufgabe 7:

Vergleichen Sie die folgenden Brüche ihrer Größe nach und schreiben es als $a < b$, $a > b$ oder $a = b$.

$$\frac{1}{2}; \frac{2}{5}$$

Aufgabe 8:

Addieren Sie folgende Brüche und kürzen Sie wenn es geht.

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{8}$$

Aufgabe 9:

Subtrahieren Sie folgende Brüche und kürzen das Ergebnis, wenn es möglich ist. Schreiben Sie das Ergebnis als Bruch und als gemischten Bruch.

$$7\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4}$$

Aufgabe 10:

Multiplizieren Sie folgende Brüche und kürzen das Ergebnis, wenn es möglich ist.

$$\left(-\frac{5}{9}\right) \cdot 3$$

Aufgabe 11:

Dividieren Sie folgende Brüche und kürzen das Ergebnis, wenn es möglich ist.

$$3\frac{1}{4} : \frac{1}{4}$$

Aufgabe 12:

Berechnen Sie das Ergebnis und kürzen so weit wie möglich.

$$\frac{3}{4} + \left(\frac{-2}{3}\right) + \frac{4}{21} : \frac{1}{7} - \frac{5}{12}$$

MATHEMATIK

Aufgabe 13:

Berechnen Sie folgende Aufgabe und Kürzen Sie möglich.

$$\left(2\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) : \left(-1\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right)$$

Aufgabe 14:

Berechnen Sie folgende Aufgabe und kürzen Sie möglich.

$$1\frac{1}{3} : 1\frac{13}{15} \cdot \left(6\frac{2}{3} - 5\frac{4}{15}\right)$$

Aufgabe 15:

Berechnen Sie folgenden Doppelbruch und kürzen Sie möglich.

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{3}}$$

Aufgabe 16:

Addieren Sie folgende Brüche und kürzen Sie wenn es geht.

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{8}$$

Aufgabe 17:

Subtrahieren Sie folgende Brüche und kürzen das Ergebnis, wenn es möglich ist. Schreiben Sie das Ergebnis als Bruch und als gemischten Bruch.

$$4\frac{1}{9} - 3\frac{5}{6} - 1\frac{2}{3}$$

Aufgabe 18:

Multiplizieren Sie folgende Brüche und kürzen das Ergebnis, wenn es möglich ist.

$$\frac{(-7)}{8} \cdot \frac{(-8)}{7}$$

Aufgabe 19:

Dividieren Sie folgende Brüche und kürzen das Ergebnis, wenn es möglich ist.

$$4\frac{5}{6} : 1\frac{2}{9}$$

Aufgabe 20:

Berechnen Sie das Ergebnis und kürzen so weit wie möglich.

$$\frac{5}{8} : \frac{1}{2} + 1\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{4} - \frac{9}{14} : \frac{3}{7}$$

Aufgabe 21:

Berechnen Sie folgende Aufgabe und Kürzen Sie möglich.

$$\left[6,1 + \left[\frac{1}{10} - \left(1,2 : \frac{1}{5} + 0,1 \right) \right] \right] \cdot 10$$

Aufgabe 22:

Berechnen Sie folgende Aufgabe und kürzen Sie möglich.

$$\frac{19}{21} : \left(5\frac{3}{7} + 1\frac{5}{14} \right) + \frac{1}{5} \cdot 4\frac{1}{3}$$

Aufgabe 23:

Berechnen Sie folgenden Doppelbruch und kürzen Sie möglich.

$$\frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{3}}$$

Aufgabe 24:

Berechnen Sie folgende Aufgabe und kürzen Sie möglich.

$$\left(2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{6} \right) : \left(1\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2} \right)$$

Aufgabe 25:

Berechnen Sie folgende Aufgabe und kürzen Sie möglich.

$$7\frac{1}{7} - \frac{3}{4} : \left(2 \cdot \frac{5}{8} - \frac{13}{16} \right)$$

MATHEMATIK

Aufgabe 26:

Berechnen Sie folgende Aufgabe und kürzen Sie möglich.

$$\left[2,75 - 0,25 \cdot \left(\frac{7}{12} - \frac{5}{8}\right)\right] \cdot 1,6 + 0,4$$

Aufgabe 27:

Berechnen Sie folgende Aufgabe und kürzen Sie möglich.

$$4\frac{1}{2} \cdot 3\frac{7}{12} - 3\frac{5}{9} \cdot 3\frac{3}{8}$$

Potenzgesetze

Aufgabe 28:

Berechnen Sie folgenden Summenterm.

$$a^2 + b^3 + c^3 + b^2 + c^2 + b^2$$

Aufgabe 29:

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{15x^5y^8}{21a^7b^5} : \frac{2x^3y^2}{35a^{10}b^6}$$

Aufgabe 30:

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{z^n \cdot z^{m-n}}{z^m}$$

Aufgabe 31:

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\left(\frac{2x^3y^2}{3a^2 \cdot 2b^3} \right)^2 : \left(\frac{x^2 \cdot 2y}{2a^2 \cdot 3b^2} \right)^3$$

Aufgabe 32:

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\left(\frac{7a^2b^3c^4}{8x^5y^7z^7} \right)^n : \left(\frac{21a^2b^2c^4}{16x^6y^7z^8} \right)^n$$

Aufgabe 33:

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{22x^5y^6 - 121x^4y^5 + 77x^6y^7}{11x^3y^4}$$

MATHEMATIK

Aufgabe 34:

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$(r^6 - r^5) \cdot r^{n-4}$$

Aufgabe 35:

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{15x^9 \cdot 225y^9}{5x^6 \cdot 25by^6}$$

Aufgabe 36:

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{y^{3n+1} - 2y^{3n} + y^{3n-1}}{y^{2n+1} - y^{2n-1}}$$

Aufgabe 37:

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{x^2 - 4}{x^{2n+1}} - \frac{x - 1}{x^{2n-1}} - \frac{2x^5}{x^{2n+4}}$$

Aufgabe 38:

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\left(\frac{8a^4y^2}{27a^5b}\right)^2 \cdot \left(\frac{9a^2x^{-2}}{4yb}\right)^3 \cdot \left(\frac{a^{-2}}{x^3b^3}\right)^{-2}$$

Aufgabe 39:

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{12c^5 \cdot 15d^7}{36d^4 \cdot 5c^5}$$

Wurzelgesetze

Aufgabe 40:

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\sqrt[3]{24}$$

Aufgabe 41:

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\sqrt{9a^3b^2}$$

Aufgabe 42:

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$2a\sqrt{a} + 5\sqrt{ab} - 3\sqrt{a} + 2\sqrt{a^3} - 2\sqrt{ab}$$

Aufgabe 43:

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$3ab \cdot \sqrt{6bc} \cdot 4cd \cdot \sqrt{8de}$$

Aufgabe 44:

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\sqrt{45ax} : \sqrt{2a}$$

Aufgabe 45:

Fassen Sie folgenden Ausdruck durch teilweises Wurzelziehen zusammen.

$$\sqrt{63} + \sqrt{112}$$

Aufgabe 46:

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\sqrt{3^4} + (-2\sqrt{3})^4 + (\sqrt{3^2})^3 - 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{3^3}$$

Aufgabe 47:

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2}$$

MATHEMATIK

Aufgabe 48:

Multiplizieren Sie folgenden Ausdruck aus und vereinfachen Sie ihn. Ziehen Sie, falls möglich, teilweise die Wurzel! Bestimmen Sie den Wurzelwert, wenn er eine Rationale Zahl ist!

$$(2\sqrt{6} + 3\sqrt{3})(2\sqrt{6} - 4\sqrt{3})$$

Aufgabe 49:

Fassen Sie folgenden Ausdruck durch teilweises Wurzelziehen zusammen.

$$\sqrt{45} + \sqrt{20}$$

Aufgabe 50:

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\sqrt[3]{\sqrt[5]{a}}$$

Aufgabe 51:

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\sqrt{x^5 \cdot y^7}$$

Aufgabe 52:

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$(\sqrt{5})^3 + 3\sqrt{5^2} - (4\sqrt{5})^2 + \sqrt{5} \cdot \sqrt{5^3}$$

Aufgabe 53:

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\left(\sqrt[4]{a^8 b^0 c^4}\right)$$

Aufgabe 54:

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck

$$12b^2c \cdot \sqrt{\frac{5a}{24b^2c}} \cdot \sqrt{30ac}$$

Binomische Formeln

Aufgabe 55:

Bilden Sie aus dem folgenden Ausdruck eine Binomische Formel.

$$16 - 8t + t^2$$

Aufgabe 56:

Berechnen Sie nach der dritten binomischen Formel.

$$(x + 3)(x - 3)$$

Aufgabe 57:

Bilden Sie aus dem folgenden Ausdruck eine Binomische Formel.

$$x^2 - 25$$

Aufgabe 58:

Füllen Sie die Lücken aus.

$$(d + \underline{\quad})^2 = d^2 + \underline{\quad} + f^2$$

Aufgabe 59:

Füllen Sie die Lücken aus.

$$(\underline{\quad} - 2)^2 = d^2 - 4d + \underline{\quad}$$

Logarithmen

Aufgabe 60:

Formen Sie folgende Gleichung in Logarithmusschreibweise um.

$$2^x = 16$$

Aufgabe 61:

Berechnen Sie mit dem Taschenrechner.

$$\log_4 8$$

Aufgabe 62:

Fassen Sie folgenden Ausdruck zusammen.

$$\log_{10}(2) + \log_{10}(13)$$

Aufgabe 63:

Schreiben Sie folgenden Term als einzelne Terme.

$$\log_3(tx)$$

Aufgabe 64:

Formen Sie den folgenden Ausdruck mit Logarithmengesetzen um.

$$\log_{11}(8)$$

Aufgabe 65:

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\log_3(x + y) - \log_3 x$$

Aufgabe 66:

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\log_4(x^2) + \log_4\left(\frac{1}{x^2}\right)$$

Aufgabe 67:

Formen Sie den folgenden Ausdruck mit Logarithmen-Gesetzen um.

$$\log_{11}(8)$$

Aufgabe 68:

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\log_2(a) - \log_2(b)$$

Aufgabe 69:

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\frac{1}{2}\log_{10}(4) + 3 \cdot \log_{10}(6) - 2 \cdot \log_{10}(3 \cdot 2^2)$$

Aufgabe 70:

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$2 \cdot \log_5(x) + \frac{1}{2}\log_5(x^4) - \log_5(x^2)$$

Aufgabe 71:

Wandeln Sie den folgenden Ausdruck mit Hilfe von Logarithmen-Gesetze in einzelne Logarithmen um.

$$\log_a \left(\frac{x^2 \cdot 2y}{\sqrt{z}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Polynomgleichungen

Aufgabe 72:

Bestimmen Sie zuerst die Definitionsmenge, im Anschluss lösen Sie diese Gleichung und geben die Lösungsmenge an.

$$3(2x + 5) - 4 = 18 - 2(6 - 3x)$$

Aufgabe 73:

Bestimmen Sie zuerst die Definitionsmenge, im Anschluss lösen Sie diese Gleichung und geben die Lösungsmenge an.

$$\frac{3}{8}x - 5 = 2 - \left(3 + \frac{5}{8}x\right)$$

Aufgabe 74:

Bestimmen Sie Lösung der folgenden Gleichung.

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

Aufgabe 75:

Bestimmen Sie Lösung der folgenden Gleichung.

$$x^2 + 4x = 0$$

Aufgabe 76:

Bestimmen Sie für folgende Gleichung die Definitionsmenge und die Lösungsmenge.

$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{x^2}{x^2-1}$$

Aufgabe 77:

Bestimmen Sie für folgende Gleichung die Definitionsmenge und die Lösungsmenge.

$$\frac{x-2}{x^2-4} = \frac{x+2}{x^2+4x+4}$$

Aufgabe 78:

Bestimmen Sie für folgende Gleichung die Definitionsmenge und die Lösungsmenge.

$$\frac{2}{x-2} - 2 = \frac{1}{4-2x}$$

Aufgabe 79:

Bestimmen Sie Lösungsmenge der folgenden Gleichung.

$$3x^3 - 10x^2 + 7x - 12 = 0$$

Aufgabe 80:

Bestimmen Sie Lösungsmenge der folgenden Gleichung.

$$x^3 - 2x^2 - 11x + 12 = 0$$

Aufgabe 81:

Bestimmen Sie Lösungsmenge der folgenden Gleichung.

$$2x^3 - 6x^2 + 8 = 0$$

Aufgabe 82:

Bestimmen Sie für folgende Gleichung die Definitionsmenge und die Lösungsmenge.

$$2x^2 + 16 = 12x$$

Aufgabe 83:

Bestimmen Sie Lösungsmenge der folgenden Gleichung.

$$\frac{30}{x} - \frac{16}{x+1} = \frac{13}{x-2}$$

Aufgabe 84:

Bestimmen Sie Lösungsmenge der folgenden Gleichung.

$$\frac{4}{x} - \frac{x}{4} = \frac{8}{x} - \frac{3x}{4}$$

Matrizenrechnung

Aufgabe 85:

Multiplizieren Sie die Matrix A mit dem Skalar λ

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 9 \\ 11 & 15 & 21 \\ 27 & 30 & 34 \\ 35 & 36 & 40 \end{pmatrix} \quad \lambda = 2$$

Aufgabe 86:

Führen Sie folgende Matrizenaddition A+B durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Addition überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -5 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 87:

Transponieren Sie die Matrix A zu A^T .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 3 & 1 & 8 \\ 2 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 88:

Führen Sie folgende Matrizenaddition A+B durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Addition überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 89:

Führen Sie folgende Matrizenaddition A+B durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Addition überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 90:

Führen Sie folgende Matrixsubtraktion $A-B$ durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Subtraktion überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -5 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 91:

Führen Sie folgende Matrixsubtraktion $A-B$ durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Subtraktion überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 92:

Führen Sie folgende Matrizenmultiplikation $A \cdot B$ durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Multiplikation überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -3 \\ 2 & -2 & 5 \\ 0 & 2 & 7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 93:

Führen Sie folgende Rechenoperation A^2 mit Matrizen durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Rechenoperation überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 94:

Führen Sie folgende Rechenoperation A^2 mit Matrizen durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Rechenoperation überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 95:

Führen Sie folgende Rechenoperationen $(A \cdot B) \cdot C$ und $A \cdot (B \cdot C)$ mit Matrizen durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Rechenoperationen überhaupt durchführbar sind.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 96:

Es sind folgende Matrizen gegeben:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie folgende Rechenoperationen:

- a) $A \cdot B$
- b) $A \cdot C$
- c) $B \cdot C$
- d) $B \cdot A$
- e) $C \cdot A$
- f) $C \cdot B$

Aufgabe 97:

Es sind folgende Matrizen gegeben:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie folgende Rechenoperationen:

- a) $A \cdot B$
- b) $A \cdot C$
- c) $B \cdot C$
- d) $B \cdot A$
- e) $C \cdot A$
- f) $C \cdot B$

Wiederholungsaufgaben und alte Klausuraufgaben

Aufgabe 98:

Berechnen Sie die Matrizenprodukte AB , BA , $A^T A$, AA^T mit:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 3 & -2 \\ -1 & -5 & 3 \\ -8 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Welche besondere Eigenschaft besitzen die Matrizen $A^T A$ und AA^T ?

Aufgabe 99:

Gegeben seien die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix} \quad d = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die folgenden Summen bzw. Differenzen:

- | | | | | | | | |
|----|-------|----|-------|----|---------|----|-------|
| a) | $A+F$ | b) | $E-A$ | c) | $-d+c$ | d) | $B+A$ |
| e) | $A+N$ | f) | $F-A$ | g) | $A+2E$ | h) | $d-c$ |
| i) | $F+E$ | j) | $A+B$ | k) | $3c-2d$ | l) | $c-B$ |

Aufgabe 100:

Bestimmen Sie alle 2-reihigen Matrizen vom Typ $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, dessen Matrizenprodukt mit der Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ sich kommutativ verhält ($A \cdot X = X \cdot A$)

Anwendungen zu der Matrizenrechnung

Aufgabe 101:

Für die Produktion der Erzeugnisse E1, E2, E3 wird das Material M1 wie folgt benötigt:

	Erzeugnis 1	Erzeugnis 2	Erzeugnis 3
Material 1	0	1	3

Es sollen im ersten Quartal folgende Mengen produziert werden:

	Erzeugnis 1	Erzeugnis 2	Erzeugnis 3
Quartal 1	8	15	16

Wie viel Material 1 wird im ersten Quartal benötigt?

Aufgabe 102:

Für die Produktion der Erzeugnisse E1, E2, E3 werden die Materialien M1, M2, M3, M4 wie folgt benötigt:

	Erzeugnis 1	Erzeugnis 2	Erzeugnis 3
Material 1	0	1	3
Material 2	1	1	1
Material 3	2	0	4
Material 4	1	3	1

Es sollen im ersten Quartal folgende Mengen produziert werden:

	Erzeugnis 1	Erzeugnis 2	Erzeugnis 3
Quartal 1	8	15	16

Wie viel Material wird im ersten Quartal benötigt?

Aufgabe 103:

Für die Produktion der Erzeugnisse E1, E2, E3 werden die Materialien M1, M2, M3, M4 wie folgt benötigt:

	Erzeugnis 1	Erzeugnis 2	Erzeugnis 3
Material 1	0	1	3
Material 2	1	1	1
Material 3	2	0	4
Material 4	1	3	1

In den Quartalen des Jahres sollen folgende Mengen produziert werden:

	Erzeugnis 1	Erzeugnis 2	Erzeugnis 3
Quartal 1	8	15	16
Quartal 2	10	20	20
Quartal 3	12	24	25
Quartal 4	10	18	20

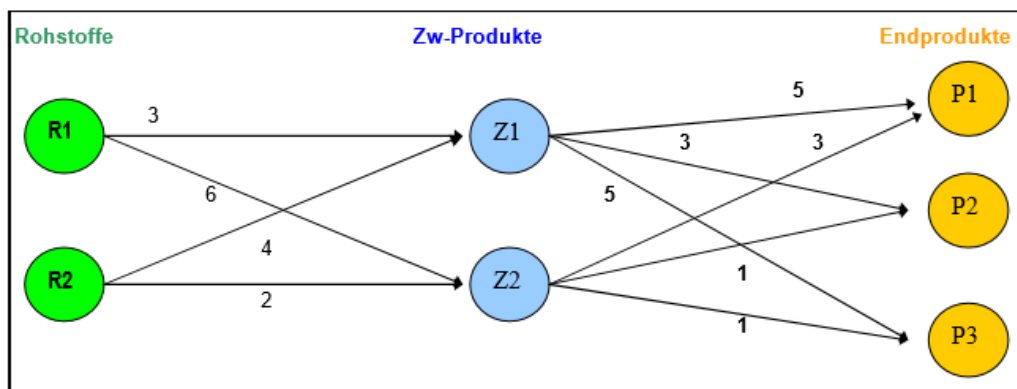
Wie viel Einheiten der 4 Materialien werden in den 4 Quartalen benötigt?

Aufgabe 104:

Ein Unternehmen stellt aus den Rohstoffen R_1 und R_2 die Zwischenprodukte Z_1 und Z_2 und daraus die Endprodukte P_1 , P_2 und P_3 her.

Erstellen Sie folgende Matrizen.

- Die Rohstoff–Zwischenprodukt-Matrix
- Die Zwischenprodukt–Endprodukt-Matrix
- Die Rohstoff-Endprodukt-Matrix
- Ein Kunde bestellt 123 P_1 , 345 P_2 und 234 P_3 . Zusätzlich benötigt er noch 98 Z_1 und 114 Z_2 . Wieviel Rohstoffe muss er bestellen um diesen Auftrag bearbeiten zu können?
- Wie groß sind seine gesamten Ausgaben für diese Rohstoffe, wenn er R_1 für 13 Euro und R_2 für 21 Euro einkaufen kann?



Aufgabe 105:

In einer Möbelfabrik werden aus Holz, Metall und Stoff Tische, Bänke und Stühle produziert, die einzeln bzw. als Sitzgruppen verkauft werden.

Für einen Tisch werden 12 Einheiten Holz und 3 Einheiten Metall,

für eine Bank 6 Einheiten Holz, 2 Einheiten Metall und 5 Einheiten Stoff,

für einen Stuhl 2 Einheiten Holz, 1 Einheit Metall und 2 Einheiten Stoff benötigt.

Eine Sitzgruppe A besteht aus einem Tisch und vier Stühlen,

eine Sitzgruppe B aus einem Tisch, einer Bank und drei Stühlen.

a) Geben Sie die Verflechtungsmatrizen für den Zusammenhang von Ausgangsmaterial und Einzelprodukten und für den Zusammenhang von Einzelprodukten und Sitzgruppen an und bestimmen Sie aus diesen durch Matrizenmultiplikation die Verflechtungsmatrix für den Zusammenhang von Ausgangsmaterial und Sitzgruppen!

b) Ein Kunde bestellt 40 Sitzgruppen A, 60 Sitzgruppen B und zusätzlich 10 Bänke. Ermitteln Sie unter Verwendung der Verflechtungsmatrizen aus a), welche Mengen der Ausgangsmaterialien benötigt werden!

Aufgabe 106:

Es liegt ein zweistufiger Produktionsprozess vor, bei dem folgende Bedingungen vorliegen:

1. Stufe: Rohstoffe R_1, R_2, R_3, R_4 \rightarrow Halbfabrikate H_1, H_2, H_3

2. Stufe: Halbfabrikate H_1, H_2, H_3 \rightarrow Endprodukte E_1, E_2

z. B.

Für 1 ME Endprodukt E_1 wird benötigt: 4 ME H_1 , 2 ME H_2 , 10 ME H_3

Für 1 ME Halbfabrikat H_2 wird benötigt: 3 ME R_1 , 5 ME R_2 , 0 ME R_3 , 7 ME R_4

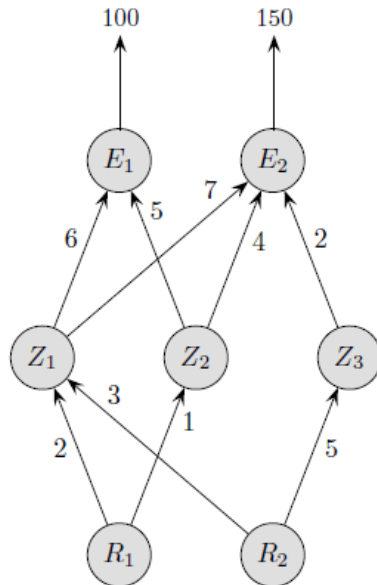
	H_1	H_2	H_3
R_1	1	3	0
R_2	10	5	8
R_3	2	0	1
R_4	3	7	1

	E_1	E_2
H_1	4	20
H_2	2	3
H_3	10	5

Wie viel Rohstoffe sind nötig, um 2000 ME E_1 und 10000 ME E_2 herzustellen?

Aufgabe 107:

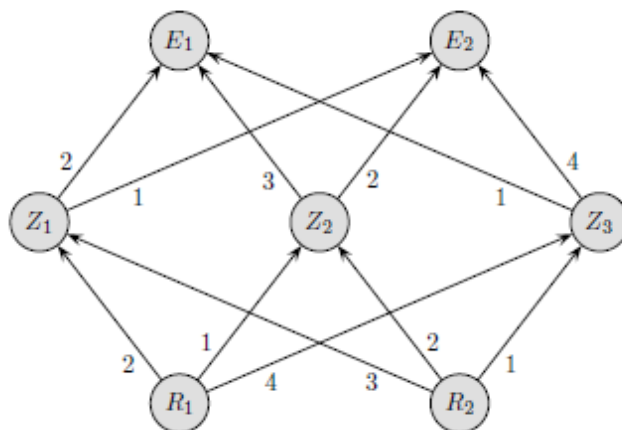
Wie viel Rohstoffe R_1 und R_2 werden benötigt um 100 Endprodukte E_1 und 150 Endprodukte E_2 herzustellen?



Aufgabe 108:

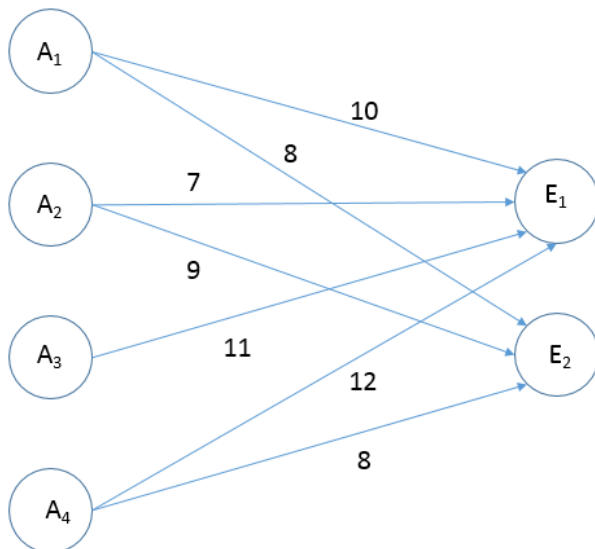
In einem Unternehmen mit einem mehrstufigen Fertigungsablauf seien die festen Mengenbeziehungen zwischen Rohstoffen, Zwischen- und Endprodukten durch folgenden Graph gegeben:

Es sollen 4 Mengeneinheiten (ME) von E_1 und 7 ME von E_2 produziert werden. Wie viel Rohstoffe sind nötig?



Aufgabe 109:

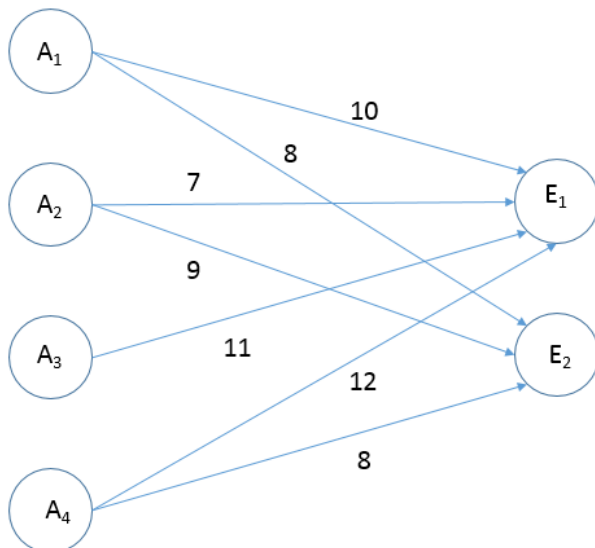
Zwei Produkte E_1 und E_2 werden mit Hilfe von 4 Baugruppen A_1 , A_2 , A_3 und A_4 hergestellt. Die Beziehungen werden durch den folgenden Graphen dargestellt:



Ein Kunde bestellt 230 Stück von E_1 und 410 Stück von E_2 . Wie viele Baugruppen braucht er dazu?

Aufgabe 110:

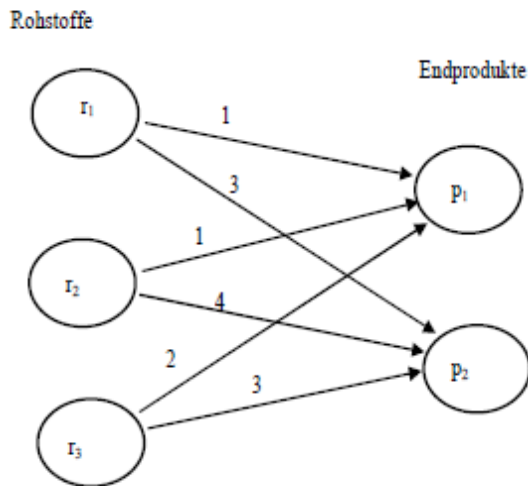
Zwei Produkte E_1 und E_2 werden mit Hilfe von 4 Baugruppen A_1 , A_2 , A_3 und A_4 hergestellt. Die Beziehungen werden durch den folgenden Graphen dargestellt:



Ein Kunde bestellt 230 Stück von E_1 und 410 Stück von E_2 . Wie viele Baugruppen braucht er dazu?

Aufgabe 111:

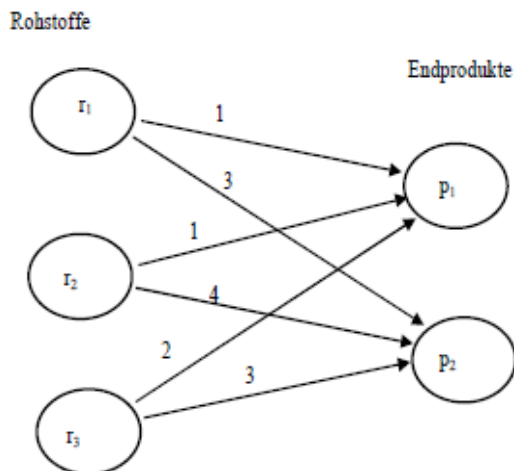
Ein Betrieb fertigt zwei verschiedene Endprodukte P_1 und P_2 unter Verwendung von drei verschiedenen Rohstoffen R_1 , R_2 und R_3 . Der folgende Graph gibt an, wie viele Mengeneinheiten (ME) Rohstoffe für die Produktion von jeweils 1 ME Endprodukten benötigt werden.



Die auf je 1 ME bezogenen Rohstoffkosten in Euro werden durch den Vektor $\vec{K} = (5; 34; 23)$ gegeben. Wie groß ist der Gesamtwert einer Bestellung von 6 ME P_1 und 3 ME P_2 ?

Aufgabe 112:

Ein Betrieb fertigt zwei verschiedene Endprodukte P_1 und P_2 unter Verwendung von drei verschiedenen Rohstoffen R_1 , R_2 und R_3 . Der folgende Graph gibt an, wie viele Mengeneinheiten (ME) Rohstoffe für die Produktion von jeweils 1 ME Endprodukten benötigt werden.

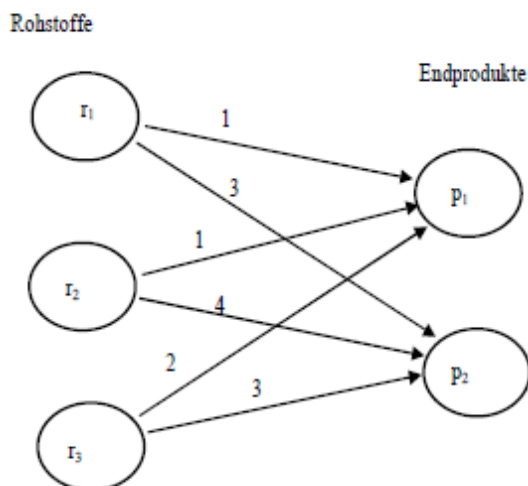


Die auf je 1 ME bezogenen Rohstoffkosten in Euro werden durch den Vektor $\vec{K} = (5; 34; 23)$ gegeben. Wie groß ist der Gesamtwert einer Bestellung von 6 ME P_1 und 3 ME P_2 ?

Wiederholungsaufgaben und alte Klausuraufgaben

Aufgabe 113:

Ein Betrieb fertigt zwei verschiedene Endprodukte P_1 und P_2 unter Verwendung von drei verschiedenen Rohstoffen R_1 , R_2 und R_3 . Der folgende Graph gibt an, wie viele Mengeneinheiten (ME) Rohstoffe für die Produktion von jeweils 1 ME Endprodukten benötigt werden.



Die auf je 1 ME bezogenen Rohstoffkosten in Euro werden durch den Vektor $\vec{K} = (5; 34; 23)$ gegeben. Wie groß ist der Gesamtwert einer Bestellung von 6 ME P_1 und 3 ME P_2 ?

Aufgabe 114:

In einem Unternehmen werden Zwischenprodukte (Z_i) zu Endprodukten (E_k) verarbeitet. Der Rohstoffbedarf für die Produktion der Zwischenprodukte und der Bedarf an Zwischenprodukten für die Endfertigung jeweils in Mengeneinheiten (ME) sind den folgenden Tabellen zu entnehmen.

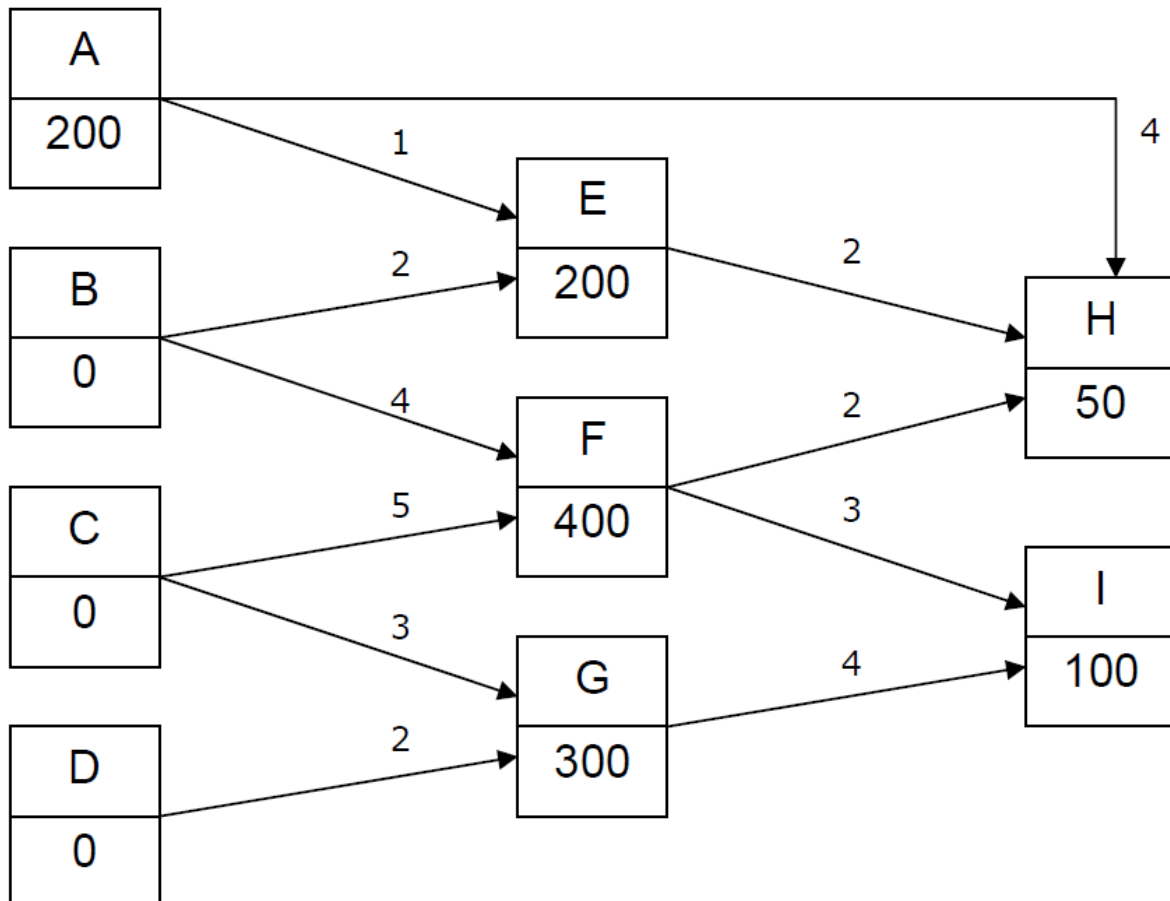
	Rohstoffbedarf			Zwischenproduktbedarf				
	Z_1	Z_2	Z_3	E_1	E_2	E_3	E_4	
R_1	3	1	3	Z_1	1	2	1	0
R_2	1	2	4	Z_2	2	3	0	1
R_3	3	0	1	Z_3	1	2	1	2
R_4	1	2	3					

Das Unternehmen hat Lieferverpflichtungen für die Endprodukte bei E_1 mit 175 ME, bei E_2 mit 175 ME, bei E_3 mit 125 ME und bei E_4 mit 125 ME.

Welche Mengen der Rohstoffe (R_x) werden für die Lieferverpflichtungen benötigt?

Aufgabe 115:

Gegeben ist ein Gozintograph mit vier Werkstoffen (A, B, C und D), drei Zwischenprodukten (E, F und G) sowie zwei Endprodukten (H und I). Die Zahlen unter den Buchstaben stellen den aktuellen Lagerbestand dar:



Ermitteln Sie den Gesamtbedarf der Güterarten A, B, C und D.

Inverse Matrix

Aufgabe 116:

Berechnen sie die inverse Matrix von:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 117:

Berechnen Sie die inverse Matrix von

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 118:

Bilden Sie von der Matrix A die Inverse.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 119:

Berechnen Sie Inverse Matrix zu A.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 120:

Berechnen Sie die inverse Matrix.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 5 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 121:

Wie lautet die Inverse der Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$$

Wiederholungsaufgaben und alte Klausuraufgaben

Aufgabe 122:

Bestimmen Sie die Inverse zur folgenden Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 123:

Bestimmen Sie die inverse Matrix A^{-1} zu

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Verwenden Sie hierzu ein Verfahren Ihrer Wahl.

Determinanten

Aufgabe 124:

Berechnen Sie folgende Determinante.

$$D = \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 125:

Berechnen Sie folgende Determinante.

$$D = \begin{vmatrix} 8 & 4 & 3 \\ -7 & 2 & 4 \\ -3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 126:

Berechnen Sie folgende Determinante.

$$D = \begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 6 & 10 & 5 \\ -2 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 127:

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie hierfür an den grau markierten Stellen Nullen. Berechnen Sie folgende Determinante.

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 7 \\ 5 & 4 & -1 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 128:

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie hierfür eine Zeile oder eine Spalte mit zwei Nullen.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 129:

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie hierfür eine Zeile oder eine Spalte mit zwei Nullen.

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 2 & 1 & 13 \\ 5 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 130:

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie hierfür eine Zeile oder eine Spalte mit zwei Nullen.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 10 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 131:

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie sich hierfür in einer beliebigen Zeile oder Spalte so viele Nullen wie möglich um Rechenarbeit zu sparen.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 4 & -1 & -2 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 132:

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie sich hierfür in einer beliebigen Zeile oder Spalte so viele Nullen wie möglich um Rechenarbeit zu sparen.

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 \\ 1 & -3 & 1 & 4 \\ 7 & 3 & 5 & 3 \\ -1 & -1 & -2 & 2 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 133:

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie sich hierfür in einer beliebigen Zeile oder Spalte so viele Nullen wie möglich um Rechenarbeit zu sparen.

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 7 & 3 \\ 2 & 6 & 8 & 2 \\ 5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & -3 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 134:

Berechnen Sie die folgenden Determinanten mit Hilfe von Sarrus.

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} & \text{(b)} \begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 1 \end{vmatrix} & \text{(c)} \begin{vmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -2 \\ 4 & 6 & 7 \end{vmatrix} & \text{(d)} \begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ k & 1 & 0 \end{vmatrix} \\ \text{(e)} \begin{vmatrix} k & 3 & 1 \\ 2k & 2 & 5 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix} & \text{(f)} \begin{vmatrix} k & k & 1 \\ 1 & 2k & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix} & \text{(g)} \begin{vmatrix} 1-k & k & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & -1 \end{vmatrix} & \text{(h)} \begin{vmatrix} 0 & k^2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & k \end{vmatrix} \end{array}$$

MATHEMATIK

Aufgabe 135:

Für welche Werte von k hat diese Determinante der Wert 0 ?

$$D = \begin{vmatrix} k & 2 & 3 \\ 1 & k & 2k \\ 1 & 4 & 6 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 136:

Vereinfachen Sie durch Addition eines Vielfachen einer Zeile oder Spalte so dass, möglichst eine oder zwei Nullen entstehen und berechnen dann:

(a) $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 7 \\ 8 & 10 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$

(b) $\begin{vmatrix} 45 & 36 & 18 \\ 30 & 12 & 12 \\ 45 & 24 & 36 \end{vmatrix}$

(c) $\begin{vmatrix} -2 & 4 & 6 \\ 2 & 4 & -3 \\ 1 & 4 & 5 \end{vmatrix}$

Aufgabe 137:

Erzeugen Sie an den markierten Stellen zwei Nullen durch Addition der Vielfachen zweier Zeilen oder Spalten und berechnen dann:

(d) $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 7 \\ 1 & 3 & -5 \\ 3 & 7 & 6 \end{vmatrix}$

(e) $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 7 \\ 1 & 3 & -5 \\ 3 & 7 & 6 \end{vmatrix}$

(f) $\begin{vmatrix} 13 & 8 & 6 \\ 7 & 7 & -2 \\ -5 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

(g) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -3 & -1 \\ 7 & 7 & 21 \end{vmatrix}$

(h) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -3 & -1 \\ 7 & 7 & 21 \end{vmatrix}$

(i) $\begin{vmatrix} 3 & k & 2 \\ 2k & 1 & -3 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

(j) $\begin{vmatrix} 3 & k & 2 \\ 2k & 1 & -3 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

(k) $\begin{vmatrix} 3 & -12 & 4 \\ 27 & 5 & 8 \\ 18 & 9 & -4 \end{vmatrix}$

(l) $\begin{vmatrix} 3 & -12 & 4 \\ 27 & 5 & 8 \\ 18 & 9 & -4 \end{vmatrix}$

Aufgabe 138:

Vereinfachen Sie zuerst durch Ausklammern von Faktoren, erzeugen Sie dann zwei Nullen und berechnen den Wert der Determinante.

$$(a) \begin{vmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 5 & -4 & -2 \\ 21 & 14 & 21 \end{vmatrix}$$

$$(b) \begin{vmatrix} 55 & 7 & -22 \\ 10 & 6 & -8 \\ 35 & -9 & -14 \end{vmatrix}$$

$$(c) \begin{vmatrix} 2k & 9 & 12 \\ 4k & 3 & 7 \\ k^2 & 12 & 14 \end{vmatrix}$$

$$(d) \begin{vmatrix} 44 & 22 & -22 \\ 7 & 6 & 5 \\ 15 & -12 & 18 \end{vmatrix}$$

$$(e) \begin{vmatrix} 24 & 5 & 14 \\ 12 & 6 & 7 \\ -18 & 20 & 21 \end{vmatrix}$$

$$(f) \begin{vmatrix} 3 & 4k & 5 \\ 3k & 4 & 2 \\ 6 & 2k & 1 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 139:

Für welche Werte von k hat die Determinante den Wert 0?

$$(a) \begin{vmatrix} 1-k & 2 & 4 \\ 5 & 1 & k \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(b) \begin{vmatrix} 5 & 2k & k \\ 3 & 1 & 1 \\ 6 & 2 & -4 \end{vmatrix}$$

$$(c) \begin{vmatrix} k & 1 & 3 \\ 2k & k & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 140:

Erzeugen Sie zuerst Nullen und berechnen dann durch Entwickeln:

$$(a) \begin{vmatrix} 6 & 7 & -5 \\ -12 & 3 & 12 \\ 34 & 8 & 12 \end{vmatrix}$$

Erzeuge in der zweiten Zeile zwei Nullen und entwickle dann nach der 2. Zeile!

$$(b) \begin{vmatrix} -3 & 1 & 4 \\ 3 & -1 & 2 \\ 15 & 12 & 8 \end{vmatrix}$$

Erzeuge in der ersten Spalte zwei Nullen und entwickle dann nach der 1. Spalte!

$$(c) \begin{vmatrix} 4 & 1 & -1 \\ -9 & -6 & 9 \\ 6 & 4 & 12 \end{vmatrix}$$

Erzeuge in der dritten Zeile zwei Nullen und entwickle dann nach der 3. Zeile!

MATHEMATIK

Aufgabe 141:

Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 7 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 142:

Rechnen Sie die folgenden Aufgaben nach eigener Vorstellung.

$$(d) \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & 6 & 2 \\ -4 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$(e) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 10 \\ 1 & 4 & 5 \\ 9 & 8 & 7 \end{vmatrix}$$

$$(f) \begin{vmatrix} 5 & 8 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 8 \end{vmatrix}$$

$$(g) \begin{vmatrix} a & 1 & a \\ 2 & a & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$(h) \begin{vmatrix} 22 & 24 & 26 \\ 20 & 22 & 24 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$(i) \begin{vmatrix} 13 & 3 & 5 \\ 11 & 1 & 5 \\ 17 & 7 & 5 \end{vmatrix}$$

$$(j) \begin{vmatrix} 1-k & 1 & k \\ 2-k & 2 & k \\ 5 & 4 & -1 \end{vmatrix}$$

$$(k) \begin{vmatrix} k & k & 2k \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & -5 \end{vmatrix}$$

$$(l) \begin{vmatrix} -2 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -3 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 143:

Berechnen Sie folgende Determinante nach dem Entwicklungssatz von Laplace.

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 144:

Berechnen Sie folgende Determinante nach dem Entwicklungssatz von Laplace.

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -5 & 10 \\ 0 & 1 & 2 & 5 \\ 3 & 0 & -6 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 145:

Berechnen Sie folgende Determinante nach dem Entwicklungssatz von Laplace.

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 5 \\ 0 & 12 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 146:

Berechnen Sie folgende Determinante nach dem Entwicklungssatz von Laplace.

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 5 & 0 \\ -2 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 147:

Berechnen Sie folgende Determinante:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Wiederholungsaufgaben und alte Klausuraufgaben

Aufgabe 148:

Berechnen Sie folgende Determinante.

$$D_{12} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 & -8 & -1 \\ 3 & 1 & -6 & 4 & 2 \\ 5 & 3 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 149:

Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die folgende Determinante Null?

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 4 & 2 \\ 2 & 3x-5 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & -3 & 5 \\ 0 & x-3 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 150:

Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix.

$$\begin{pmatrix} 3 & -7 & 0 & 3 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ -3 & 8 & 2 & 9 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 151:

Berechnen Sie folgende Determinante.

$$D = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 4 & 1 & 1 \\ 8 & 12 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 5 & 3 & 6 \\ 8 & 1 & 7 & 9 & 5 \\ 2 & 4 & 7 & 12 & 10 \end{vmatrix}$$

Lineare Gleichungssysteme

Aufgabe 152:

Berechnen Sie den Schnittpunkt der beiden Gleichungen nach dem Einsetzungsverfahren.

$$10x - 7y + 4 = 0 \text{ und } 6x - 5y = -2$$

Aufgabe 153:

Berechnen Sie die Schnittpunkte der beiden Gleichungen mit dem Gleichsetzungsverfahren.

a) $y = 3x + 22$ und $y = 5x + 14$

b) $y = 3x + 8$ und $y = 0,5x + 2$

c) $4x + 2y = 18$ und $7x - y = 13$

d) $8x - 4y = -3$ und $14x - 2y = 8,5$

Aufgabe 154:

Berechne den Schnittpunkt der beiden Gleichungen nach dem Additionsverfahren.

$$6y = 9x - 81 \text{ und } 6x - 4y = 12$$

Aufgabe 155:

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit Hilfe des Additionsverfahrens

$$5x + 3y = 50$$

$$4x - 3y = 13$$

Aufgabe 156:

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit Hilfe des Einsetzungsverfahren.

$$2,5x - y = 28$$

$$5x + 3y = 41$$

Aufgabe 157:

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahren.

$$3x + 7y = 40$$

$$x + 6y = -5$$

Aufgabe 158:

Bestimme die Lösungsmenge des LGS mit Hilfe des Gauß'schen Algorithmus.

I $x-3y+2z=-4$

II $-2y+5z=7$

III $-5y+4,5z=-6,5$

Aufgabe 159:

Bestimme die Lösungsmenge des LGS mit Hilfe des Gauß'schen Algorithmus.

I $3x-y+4z=12$

II $x-2y+z=5$

III $6x-4y+3z=16$

Aufgabe 160:

Bestimme die Lösungsmenge des LGS mit Hilfe des Gauß'schen Algorithmus.

I $x-y+z=4$

II $3x-y+4z=12$

III $x-4y+5z=15$

Aufgabe 161:

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit einem Verfahren Ihrer Wahl.

$$\begin{array}{rclcl} 3x & + & 2y & + & 5z & = & 8 \\ 6x & + & y & + & z & = & 7 \\ -3x & + & 2y & + & 5z & = & 2 \end{array}$$

Aufgabe 162:

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit einem Verfahren Ihrer Wahl.

$$\begin{array}{rclcl} -2x & - & 16y & - & 2z & = & -1 \\ 3x & + & 6y & + & 4z & = & 22 \\ 6x & + & 14y & - & 8z & = & 2 \end{array}$$

Aufgabe 163:

Bestimmen Sie die Lösung dieser Gleichungssysteme mit Hilfe der Cramer'schen Regel.

a) I: $4x - 2y + z = 15$
II: $-x + 3y + 4z = 15$
III: $5x - y + 3z = 26$

b) I: $2x - 3y + z = 10$
II: $x + y - 2z = -6$
III: $3x - y - 4z = -5$

c) I: $x + y + z = 1$
II: $17x + y - 7z = 9$
III: $4x + 2y + z = 3$

d) I: $3y - z = 7$
II: $2x - 3y + 2z = -21$
III: $3x + y = -21$

e) I: $2x + 7y - z = 13$
II: $17x - 3y + 4z = -9$
III: $3x - 2y + z = -5$

f) I: $3x - 4y - 6z = 42$
II: $-x - 2y + 3z = -6$
III: $7x + 10y + 6z = 0$

Aufgabe 164:

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit einem Verfahren Ihrer Wahl.

$$\begin{array}{rclcl} -2x & + & 3y & + & z & = & 3 \\ 4x & & & + & 2z & = & 16 \\ 3x & - & y & + & 4z & = & 21 \end{array}$$

Aufgabe 165:

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit einem Verfahren Ihrer Wahl.

$$\begin{array}{rclcl} -2x & + & 3y & + & z & = & 3 \\ 4x & - & 4y & + & 2z & = & 16 \\ 3x & - & 2y & + & 3,5z & = & 21 \end{array}$$

MATHEMATIK

Aufgabe 166:

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit einem Verfahren Ihrer Wahl.

$$\begin{array}{rclcl} -2x & + & 3y & + & z & = & 3 \\ 4x & & & + & 2z & = & 14 \\ 3x & + & 3y & + & 3,5z & = & 20,5 \end{array}$$

Aufgabe 167:

Lösen Sie lineare Gleichungssysteme mit Hilfe des Gauß'schen Algorithmus.

$$\begin{array}{rcl} & x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 5 \\ \text{(a)} & 4x_1 & + & 5x_2 & + & 3x_3 & & & = & 7 \\ & 2x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & - & 2x_4 & = & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 4 \\ \text{(b)} & 2x_1 & + & 5x_2 & - & 2x_3 & = & 3 \\ & x_1 & + & 7x_2 & - & 7x_3 & = & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} & x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 1 \\ \text{(c)} & 2x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & = & -1 \\ & 3x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & = & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{(d)} & x_1 & + & 2x_2 & - & 3x_3 & = & 0 \\ & 2x_1 & - & x_2 & + & 5x_3 & = & 1 \end{array}$$

Wiederholungsaufgaben und alte Klausuraufgaben

Aufgabe 168:

Lösen Sie das folgende Lineare Gleichungssystem mit Hilfe der Cramer'schen Regel.

$$3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 5$$

$$-5x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -5$$

$$4x_1 - 3x_2 + x_3 = 1$$

Aufgabe 169:

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit einem Verfahren Ihrer Wahl.

$$5x + 5y + 5z = 30$$

$$-x + y - z = -2$$

$$2x + y + 5z = 19$$

Aufgabe 170:

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit einem Verfahren Ihrer Wahl.

$$-2x + 3y + z = 3$$

$$3x - y + 4z = 21$$

$$2x + z = 8$$

Aufgabe 171:

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit einem Verfahren Ihrer Wahl.

$$2x - y + 2z = 2$$

$$x + 10y - 3z = 5$$

$$-x + y + z = -3$$

Lineare Optimierung

Aufgabe 172:

Gegeben sei das LOP

$$Z: \quad \text{Max} \quad z = 2.000x_1 + 3.000x_2$$

$$x_1 \leq 6$$

$$\text{NB:} \quad 2x_1 + x_2 \leq 16$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 36$$

$$\text{NNB:} \quad x_1, x_2 \geq 0$$

Aufgabe 173:

Gegeben ist das LOP

$$Z: \quad \text{Min} \quad z = 3x_1 + 4x_2$$

$$2x_1 + 5x_2 \geq 25$$

$$\text{NB:} \quad 4x_1 + 4x_2 \geq 32$$

$$6x_1 + 2x_2 \geq 24$$

$$\text{NNB:} \quad x_1, x_2 \geq 0$$

Aufgabe 174:

Gegeben ist folgendes LOP

$$Z: \quad \text{Max} \quad z = x_1 + 3x_2$$

$$x_1 \leq 6$$

$$\text{NB:} \quad x_1 + x_2 \geq 4$$

$$2x_1 + x_2 \leq 16$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 36$$

$$\text{NNB:} \quad x_1, x_2 \geq 0$$

Aufgabe 175:

$$Z: \quad \text{Min} \quad z = x_1 + 3x_2$$

$$x_1 \leq 6$$

$$\text{NB:} \quad x_1 + x_2 \geq 4$$

$$2x_1 + x_2 \leq 16$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 36$$

$$\text{NNB:} \quad x_1, x_2 \geq 0$$

Aufgabe 176:

Gegeben ist folgendes LOP

$$Z: \quad \text{Max} \quad z = x_1 + 3x_2$$

$$x_1 \leq 6$$

$$\text{NB:} \quad x_1 + x_2 \geq 4$$

$$2x_1 + x_2 \leq 16$$

$$x_1 + 4x_2 = 36$$

$$\text{NNB:} \quad x_1, x_2 \geq 0$$

Aufgabe 177:

Gegeben ist folgendes LOP

$$Z: \quad \text{Min} \quad z = x_1 + 3x_2$$

$$x_1 \leq 6$$

$$\text{NB:} \quad x_1 + x_2 \geq 4$$

$$2x_1 + x_2 \leq 16$$

$$x_1 + 4x_2 = 36$$

$$\text{NNB:} \quad x_1, x_2 \geq 0$$

Aufgabe 178:

Gegeben ist folgendes LOP

$$Z: \quad \text{Max} \quad z = 8x_1 + 4x_2$$

$$3x_1 + 5x_2 \leq 32$$

$$\text{NB:} \quad 4x_1 + 4x_2 \leq 32$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 28$$

Aufgabe 179:

Gegeben ist folgendes LOP

$$Z: \quad \text{Max} \quad z = 2x_1 + 3x_2$$

$$6x_2 \leq 30$$

$$\text{NB:} \quad 6x_1 + 2x_2 \leq 36$$

$$4x_1 + 6x_2 \leq 38$$

Aufgabe 180:

Gegeben sie folgendes LOP

$$Z: \quad \text{Max} \quad z=4x_1+2x_2$$

$$2x_1 - x_2 \geq 6$$

$$\text{NB:} \quad x_1 - x_2 \leq 1$$

$$-2x_1 + x_2 \geq 3$$

$$\text{NNB:} \quad x_1, x_2 \geq 0$$

Aufgabe 181:

Gegeben sie folgendes LOP

$$Z: \quad \text{Max} \quad z=4x_1+2x_2$$

$$2x_1 - x_2 \leq 6$$

$$\text{NB:} \quad x_1 - x_2 \leq 1$$

$$-2x_1 + x_2 \leq 3$$

$$\text{NNB:} \quad x_1, x_2 \geq 0$$

Aufgabe 182:

Gegeben sie folgendes LOP

$$Z: \quad \text{Max} \quad z=-3x_1+2x_2$$

$$x_1 - x_2 \leq 3$$

$$\text{NB:} \quad -x_1 + x_2 \leq 4$$

$$-2x_1 + x_2 \leq 3$$

$$\text{NNB:} \quad x_1, x_2 \geq 0$$

Aufgabe 183:

Lösen Sie folgendes LOP.

a) Max. $F(x,y) = 4x + 3y$

$$x + 3y \leq 9$$

$$-x + 2y \geq 2$$

$$x, y \geq 0$$

b) Max. $F(x,y) = x + y$

$$5x + y \leq 10$$

$$x + 2y \leq 6$$

$$x - y \geq 1$$

$$x, y \geq 0$$

c) Max. $F(x,y) = x - y$

$$2x - y \leq 0$$

$$x + 2y \leq 1$$

$$2x + y \geq 2$$

$$x, y \geq 0$$

d) Max. $F(x,y) = 2x + y$

$$-x + y \leq 1$$

$$x + 3y \geq 6$$

$$x, y \geq 0$$

Aufgabe 184:

Ein Gärtner möchte einen 100 qm großen Garten mit Rosen und/oder Nelken bepflanzen.

Er möchte max. 720 Euro an Arbeits- und Materialkosten investieren und höchstens 60qm für Nelken reservieren.

Folgende Tabelle enthält weitere Daten des Problems.

	Rosen	Nelken
Arbeits- und Materialkosten (in Euro/qm)	6	9
Gewinn	1	2

Wie viele qm sollen mit jeder Sorte bepflanzt werden, damit ein maximaler Gewinn erzielt wird?

Aufgabe 185:

Eine Jugendgruppe beschließt, Zelte einzukaufen. In einem Sonderangebot werden zwei verschiedene Sorten von Zelten für jeweils 10 und 15 Personen preiswert angeboten.

Von den 10-Personenzelten sind noch 5 und von den 15-Personenzelten nur noch 4 vorrätig. Die Zelte für 10 Personen kosten 200 Euro je Stück und diejenigen für 15 Personen insgesamt 400 Euro je Stück. Die Jugendgruppe kann insgesamt höchstens 1800 Euro für die Zelte ausgeben.

Wie viele 10- und 15-Personenzelte kann die Jugendgruppe kaufen, damit eine möglichst große Anzahl von Jugendlichen in den Zelten untergebracht werden kann?

Aufgabe 186:

Eine kleine Motorradfabrik baut und verkauft die beiden Typen Mofa und Lofa. Während die Produktionskosten für ein Mofa 5.000 Euro betragen, belaufen sie sich bei der Lofa nur auf 3.000 Euro pro Stück. Insgesamt können pro Tag nicht mehr als 30.000 Euro für die Produktion ausgegeben werden.

Für die Fertigung der Mofas rechnet die Arbeitsvorbereitung mit einer Arbeitszeit von 30 Stunden, für die der Lofas setzt sie hingegen 60 Stunden an. Pro Tag stehen maximal 480 Arbeitsstunden zur Verfügung. Vom Mofa sollen pro Tag maximal 3 Stück gefertigt werden.

Marktanalysen zeigen, dass pro Tag mindestens 4 Lofas abgesetzt werden müssen und unbegrenzt Mofas abgesetzt werden können. Der Verkaufspreis der Lofas liegt bei 5.000 Euro, der der Mofas bei 10.000 Euro pro Stück.

Wie viel Mofas und Lofas sollen täglich produziert werden, um das Umsatzmaximum zu erreichen? Wie groß ist dieser maximale Umsatz?

Aufgabe 187:

Eine Tischlerei erhält einen Auftrag, für den unterschiedliche Holzplatten mit der folgenden Stückzahl zu verwenden sind:

10 Platten der Größe A,

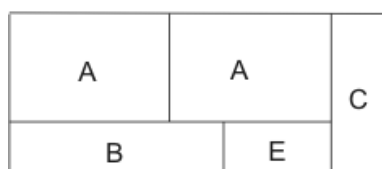
12 Platten der Größe B,

8 Platten der Größe C,

4 Platten der Größe D.

Die Tischlerei bezieht dazu aus einem Sägewerk zwei Holzplattentypen I und II, die auf vorgegebene Weise (Abbildung 1) zu zerschneiden sind.

Typ I



Typ II

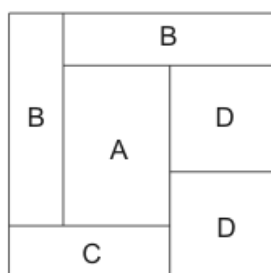


Abbildung 1: Zerlegung der Holzplattentypen.

Der Preis einer Platte des Typs I beträgt 300 Euro und der einer Platte des Typs II 200 Euro. Aus Lager- und Verkaufsgründen sollten nicht mehr als 16 Platten der Größe D und nicht mehr als 5 Platten der Größe E gelagert werden.

Es ist zu ermitteln, wie viel Platten I und II gekauft werden müssen, damit der Auftrag ausgeführt werden kann und der Gesamteinkaufspreis der Platten so gering wie möglich ausfällt.

Aufgabe 188:

Ein Viehzuchtbetrieb füttert Rinder mit zwei tiermehlfreien Futtersorten A und B (z.B. Rüben und Heu). Die Tagesrationen eines Rindes müssen die Nährstoffe 1,2 und 3 im Umfang von mindestens 6,12 bzw. 4 g enthalten.

Die Nährstoffgehalte in g pro kg und Preise in GE pro kg der beiden Sorten zeigt die folgende Tabelle:

	Sorte A	Sorte B	Tagesbedarf
Nährstoff 1	2	1	6
Nährstoff 2	2	4	12
Nährstoff 3	0	4	4
Preis in GE/kg	5	7	

Wie viele kg von Sorte A bzw. B muss jede Tagesration enthalten, wenn sie unter Einhaltung der Nährstoffbedingungen die Kosten minimal sein sollten.

Aufgabe 189:

Ein Hersteller produziert zwei Sortimente eines Artikels, der aus Teilen besteht, die geschnitten, zusammengebaut und fertig gestellt werden müssen.

Der Unternehmer weiß, dass er so viele Artikel verkaufen kann, wie er produziert. Sortiment 1 benötigt 25 Minuten zum Zerschneiden, 60 Minuten zum Zusammenbau und 68 Minuten, um es verkaufsfertig zu machen. Es erzielt 30 Euro Gewinn. Für Sortiment 2 braucht man 75 Minuten zum Schneiden, 60 Minuten für den Zusammenbau und 34 Minuten, zur Fertigstellung. Dieses Sortiment erzielt einen Gewinn von 40 Euro. Es stehen nicht mehr als 450 Minuten zum, Zerschneiden, 480 Minuten zum Zusammenbau und 476 Minuten zum Fertigstellen pro Tag zur Verfügung.

Nun stellt sich dem Unternehmer die Frage, wie viele Artikel von jedem Sortiment jeden Tag produziert werden müssen, um den Gewinn zu maximieren.

Wiederholungsaufgaben und alte Klausuraufgaben

Aufgabe 190:

Ein Unternehmen gewinnt aus drei Rohstoffen (R_1, R_2, R_3) zwei Mineralien (M_1, M_2). Eine Tonne M_1 wird aus 6 Tonnen R_1 , 4 Tonnen R_2 und 4 Tonnen R_3 hergestellt; eine Tonne M_2 ergibt sich aus 3 Tonnen R_1 , 4 Tonnen R_2 und 12 Tonnen R_3 . Pro Woche stehen maximal 60 Tonnen R_1 , 44 Tonnen R_2 und 84 Tonnen R_3 zur Verfügung. Eine Tonne M_1 bzw. M_2 wirft einen Gewinn von 200 € bzw. 300 € ab.

a) Lösen Sie dieses Problem grafisch. (6,5)

b) Was würde sich für das Optimum ergeben, wenn zusätzlich zu den obigen Voraussetzungen verlangt würde, dass von M_2 mindestens 8 Tonnen erzeugt werden müssten?

Aufgabe 191:

Bestimmen Sie für folgendes LOP-Problem die minimale Lösung. Verwenden Sie hierzu die grafische Lösung. Zeichnen Sie dort die gefundene Lösung ein. Die x_1 -Werte und die x_2 -Werte brauchen Sie für die minimale Lösung nicht zu bestimmen.

Z:

$$2x_1 - x_2 \rightarrow \text{Min}$$

NB:

$$2x_1 + 6x_2 \leq 10$$

$$-x_1 - x_2 \leq 2$$

$$3x_1 - 6x_2 \leq 9$$

$$-4x_1 + 5x_2 \leq 6$$

NNB:

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Aufgabe 192:

Eine Schulklasse mit 29 Schülern und 6 Begleitpersonen (mit Führerschein) möchte einen Ausflug machen. Um zu ihrem Ausflugsziel zu kommen, können sie Kleinbusse mit 8 Sitzplätzen bzw. Autos mit 5 Sitzplätzen mieten, die von den Begleitpersonen gefahren werden sollen. Die Busse kosten 50 € am Tag, die Autos 20 € am Tag.

Wie viele Busse bzw. Autos müssen die Schüler mieten, um möglichst preisgünstig den Ausflug machen zu können?

Aufgabe 193:

Bestimmen Sie die Lösung des LOP's mit der grafischen Lösungsvariante.

$$Z: x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$$

Nebenbedingungen:

$$x_1 + x_2 \leq 10$$

$$x_1 \leq 6$$

$$x_2 \leq 5$$

$$5x_1 + 5x_2 \geq 25$$

Nichtnegativitätsbedingungen:

$$x_1, x_2 \geq 0$$