

# Aufgabensammlung Mathematik

## WIRTSCHAFTSINGENIEURWESEN – INTERNATIONAL PROJECT ENGINEERING



Dipl. Mathematiker (FH) Roland Geiger  
Rosenstr. 23  
72631 Aichtal  
[cs.geiger@t-online.de](mailto:cs.geiger@t-online.de)  
[www.cs-geiger.de](http://www.cs-geiger.de)

## Inhaltsverzeichnis

Allgemeines .....	4
Grundlagen .....	5
Aussagenlogik und Mengenalgebra .....	5
Summen-, Produktzeichen, Binomialkoeffizient und Fakultät .....	8
Ausmultiplizieren von Ausdrücken .....	10
Bruchrechnung .....	12
Potenzen .....	16
Wurzeln .....	21
Binomische Formeln .....	25
Logarithmen .....	27
Trigonometrie und Winkelgesetze .....	29
Lineare, quadratische und kubische Gleichungen .....	35
Wurzelgleichungen .....	37
Ungleichungen .....	39
Betragsgleichungen .....	41
Betragungleichungen .....	43
Trigonometrische Gleichungen .....	45
Exponentialgleichungen .....	48
Logarithmusgleichungen .....	50
Lineare Algebra .....	52
Matrizen .....	52
Rang einer Matrix .....	60
Determinanten .....	62
Lineare Gleichungssysteme .....	67
Lineare Gleichungssysteme mit Parametern .....	69
Elementare Funktionen .....	71
Verschiebung von Funktionen .....	71
Skalierung von Funktionen .....	71
Spiegelung von Funktionen .....	71
Verändern von Funktionsgraphen .....	71
Verkettung von Funktionen .....	72
Skizzieren von Funktionen .....	72
Definitionsbereich und Wertebereich .....	74
Symmetrieeigenschaften .....	75

Monotonie.....	75
Beschränktheit .....	75
Umkehrfunktion .....	76
Grenzwerte von Funktionen .....	77
Stetigkeit .....	78
Asymptoten .....	79
Differentialrechnung .....	81
Ableitungen .....	81
Ableitungen von Wurzelfunktionen .....	82
Ableitungen von Exponentialfunktionen .....	83
Ableitungen von Logarithmusfunktionen .....	84
Kurvendiskussion .....	85
Extremwertaufgaben.....	87
Newtonsches Iterationsverfahren .....	89
Integralrechnung.....	90
Bestimmtes und unbestimmtes Integral .....	90
Rotationsvolumen .....	98
Vektoralgebra .....	99
Lineare Abbildungen .....	107

## Allgemeines

### Prüfung

- Dauer 3 Stunden (schriftlich)
- 9 Aufgaben (inhaltliche Gestaltung je nach Gewichtung in der Vorlesung)

### Zugelassene Hilfsmittel

- Kein Taschenrechner
- Handschriftlich erstellte Formelsammlung (max. 5 Blätter) und
- Das Handbuch der Funktionen

### Lehrbücher

- Lothar Papula  
Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Verlag Vieweg und Teubner, Wiesbaden, 12. Auflage, 2009.
- Jürgen Koch, Martin Stämpfle  
Mathematik für das Ingenieursstudium, Hanser Verlag München, 2010.
- Jan van de Craats, Rob Bosch  
Grundwissen Mathematik, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2010.
- Detlef Wille  
Mathematik Vorkurs für Studienanfänger, Binomi-Verlag Hannover 2010.
- Gerhard Merziger, Michael Holz, Detlef Wille  
Repetitorium Elementare Mathematik 1+2, Binomi-Verlag 2010.
- Hans Rudolf Schwarz, Norbert Köckler  
Numerische Mathematik, Vieweg+Teubner Verlag, 2011.
- Mathematik Online-Kurs  
Link: [www.reutlingen-university.de/mathekurs](http://www.reutlingen-university.de/mathekurs)

### Zulassungstest Mathematik

Näheres finden im Relax zu dieser Vorlesung

## Grundlagen

### Aussagenlogik und Mengenalgebra

#### Aufgabe 1:

Welche der folgenden Aussagen sind wahr, wenn p und q wahr sind?

- (a)  $p \wedge \bar{q}$
- (b)  $\bar{p} \wedge q$
- (c)  $\overline{(p \wedge q)}$
- (d)  $p \Rightarrow q$
- (e)  $p \vee \bar{q}$
- (f)  $\overline{(\bar{p} \wedge q)}$
- (g)  $(\bar{p} \vee \bar{q}) \wedge \bar{p}$
- (h)  $\overline{(p \Rightarrow q)}$

#### Aufgabe 2:

Welche der folgenden Implikationen sind für beliebige reelle Zahlen a, b, c, d stets wahr?

- (a)  $(a > b) \Rightarrow (a^2 > b^2)$
- (b)  $(a > b > c > 0) \Rightarrow (a^2 > ab > b^2 > bc > c^2)$
- (c)  $((a - b)^2 + 2ab > a^2 + b^2) \Rightarrow (a^2 > 12ab)$
- (d)  $(a > b) \wedge (c < d) \Rightarrow (a - c > b - d)$
- (e)  $(ab > cd) \Rightarrow \left(\frac{a}{d} > \frac{c}{b}\right) \quad (b, d \neq 0)$

#### Aufgabe 3:

Gegeben seien die folgenden Aussagen:

A: Es ist eiskalt

B: Es schneit.

Drücken Sie die nachfolgenden Sätze als aussagenlogische Formeln mit Hilfe der Aussagenvariablen A und B aus.

- (a) Es ist eiskalt und es schneit.
- (b) Es ist eiskalt, aber es schneit nicht.
- (c) Es ist nicht eiskalt und es schneit nicht.
- (d) Entweder es schneit oder es ist eiskalt (oder beides).

**Aufgabe 4:**

Gegeben sind die fünf Mengen:  $A = \{3,5, 7,12,14,17,19,23\}$ ,

$B = \{3,5, 17\}$ ,

$C = \{12,14,17,24\}$ ,

$D = \{5,7, 19\}$ ,

$E = \{7,12,19\}$ .

Beurteile die folgenden Aussagen: a)  $B \subset A$  b)  $C \subseteq A$  c)  $E \subset A$  d)  $B \subset C$  e)  $E \subset C$

**Aufgabe 5:**

Schraffieren Sie die gegebene Menge in einem Venn-Diagramm!

$$(A \cap B) \cup C$$

**Aufgabe 6:**

Schraffieren Sie die gegebene Menge in einem Venn-Diagramm!

$$(A \cup C) \cap (B \cup C)$$

**Aufgabe 7:**

Schraffieren Sie die gegebene Menge in einem Venn-Diagramm!

$$(A \cap B) \cap C$$

**Aufgabe 8:**

Schraffieren Sie die gegebene Menge in einem Venn-Diagramm!

$$(A \setminus B) \cup C$$

**Aufgabe 9:**

Geben Sie die folgenden Aussagen in intervallschreibweise an.

a) Alle Zahlen die grösser als 3 sind

b) Alle Zahlen die kleiner oder gleich groß wie 5 sind

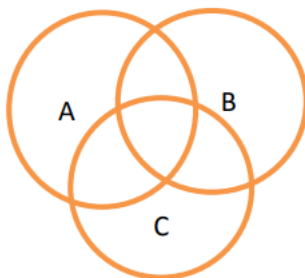
**Aufgabe 10:**

Geben Sie folgende Aussagen in intervallschreibweise an

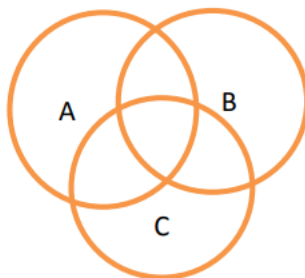
- Offenes Intervall von 3 bis 4
- Rechts halboffenes Intervall von 9 bis 11
- Geschlossenes Intervall von 0 bis 8
- Links halboffenes Intervall von 7 bis 12
- Das Intervall mit allen Zahlen grösser oder gleich 6
- Das Intervall mit allen Zahlen kleiner als 1

**Aufgabe 11:**

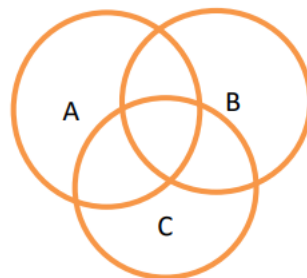
Schraffieren Sie die angegebenen Mengen



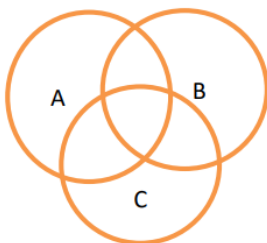
$$(A \cap B) \setminus C$$



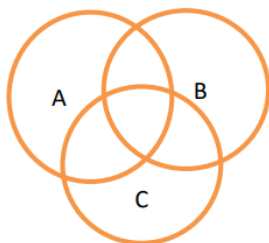
$$A \cap (B \cap C)$$



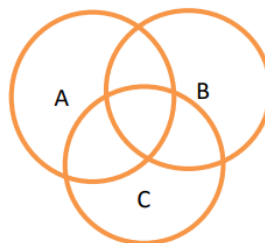
$$A \cup (B \setminus C)$$



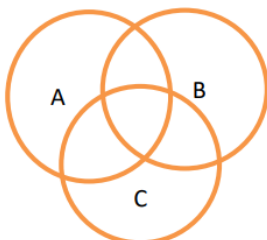
$$(B \setminus C) \setminus A$$



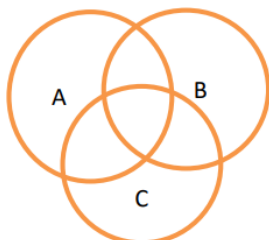
$$(B \setminus C) \cup (C \setminus A)$$



$$((A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C)) \setminus (A \cap B \cap C)$$



$$C \cup ((A \cap B) \setminus C)$$



$$(((A \cup B \cup C) \setminus (A \cap B)) \setminus (B \cap C)) \setminus (A \cap C) \cup (A \cap B \cap C)$$

## Summen-, Produktzeichen, Binomialkoeffizient und Fakultät

### Aufgabe 12:

Berechnen Sie folgende Summe.

$$\sum_{i=3}^7 (i)$$

### Aufgabe 13:

Berechnen Sie folgende Summe.

$$\sum_{i=2}^6 (i - 3)$$

### Aufgabe 14:

Berechnen Sie folgende Summe.

$$\sum_{i=-1}^3 (i + 2)^2$$

### Aufgabe 15:

Berechnen Sie folgendes Produkt.

$$\prod_{i=2}^5 i$$

### Aufgabe 16:

Berechnen Sie folgendes Produkt.

$$\prod_{i=2}^5 (i + 1)^2$$

### Aufgabe 17:

Berechnen Sie folgendes Produkt.

$$\prod_{i=2}^5 (i - 1)$$



**Aufgabe 18:**

Berechnen Sie folgendes Produkt.

$$\prod_{i=2}^5 (i - i^2)^2$$

**Aufgabe 19:**

Berechnen Sie die folgende Fakultät.

$$6!$$

**Aufgabe 20:**

Berechnen Sie folgenden Binomialkoeffizienten.

$$\binom{4}{0}$$

**Aufgabe 21:**

Berechnen Sie folgenden Binomialkoeffizienten.

$$\binom{7}{2}$$

**Ausmultiplizieren von Ausdrücken****Aufgabe 22:**

Multiplizieren Sie folgenden Ausdruck aus und fassen Sie zusammen.

$$\left(\frac{2}{3}x - 2\right) \cdot (x + 3)$$

**Aufgabe 23:**

Multiplizieren Sie folgenden Ausdruck aus und fassen Sie zusammen.

$$\left(\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right) \cdot (x + 5)$$

**Aufgabe 24:**

Multiplizieren Sie folgenden Ausdruck aus und fassen Sie zusammen.

$$5a(8a - 11b) - b(9a - 5b)$$

**Aufgabe 25:**

Multiplizieren Sie folgenden Ausdruck aus und fassen Sie zusammen.

$$20xy - 4y[2x - x(3y + 5x)]$$

**Aufgabe 26:**

Multiplizieren Sie folgenden Ausdruck aus und fassen Sie zusammen.

$$56a + 83b - 2(23a - 37b) - (67a - 23b)$$

**Aufgabe 27:**

Multiplizieren Sie folgenden Ausdruck aus und fassen Sie zusammen.

$$(-5a) \cdot (10a - 12x) - (3a - 7ax)$$

**Aufgabe 28:**

Klammern Sie so viel wie möglich aus.

$$45pq + 27p^2q^2$$

**Aufgabe 29:**

Multiplizieren Sie folgenden Ausdruck aus und fassen Sie zusammen.

$$(2 - x) \cdot (3x - 4) - (x - 1) \cdot (2x + 3) - 5x(2 - x)$$

**Aufgabe 30:**

Multiplizieren Sie folgenden Ausdruck aus und fassen Sie zusammen.

$$(2 - 3x) \cdot (4 + 3x) - (x - 4) \cdot (6x - 2) + 5x(5x - 4)$$

**Aufgabe 31:**

Klammern Sie so viel wie möglich aus.

$$44ab - 88ac$$

**Aufgabe 32:**

Multiplizieren Sie folgenden Ausdruck aus und fassen Sie zusammen.

$$(2x - y) \cdot (y + 3x) - (x + 2y) \cdot (6x - y) - (y - 13x) \cdot y$$

**Aufgabe 33:**

Multiplizieren Sie folgenden Ausdruck aus und fassen Sie zusammen.

$$(2a - 3b) \cdot (b - 2a) - (a + 4b) \cdot (3a - b) + (a + b) \cdot (7a - b)$$

**Aufgabe 34:**

Klammern Sie so viel wie möglich aus.

$$11ab - 77ac$$

**Bruchrechnung****Aufgabe 35:**

Berechnen Sie folgenden Bruch in Dezimaldarstellung um.

$$7\frac{4}{5}$$

**Aufgabe 36:**

Berechnen Sie folgende Dezimalzahl in einen Bruch um.

0,84

**Aufgabe 37:**

Berechnen Sie folgenden Bruch in Dezimaldarstellung um.

$$17\frac{3}{8}$$

**Aufgabe 38:**

Vergleichen Sie die folgenden Brüche ihrer Größe nach und schreiben es als  $a < b$ ,  $a > b$  oder  $a = b$ .

$$\frac{1}{2}; \frac{2}{5}$$

**Aufgabe 39:**

Addieren Sie folgende Brüche und kürzen Sie wenn es geht.

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{8}$$

**Aufgabe 40:**

Subtrahieren Sie folgende Brüche und kürzen das Ergebnis, wenn es möglich ist. Schreiben Sie das Ergebnis als Bruch und als gemischten Bruch.

$$7\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4}$$

**Aufgabe 41:**

Multiplizieren Sie folgende Brüche und kürzen das Ergebnis, wenn es möglich ist.

$$\left(-\frac{5}{9}\right) \cdot 3$$

**Aufgabe 42:**

Dividieren Sie folgende Brüche und kürzen das Ergebnis, wenn es möglich ist.

$$3\frac{1}{4} : \frac{1}{4}$$

**Aufgabe 43:**

Berechnen Sie das Ergebnis und kürzen so weit wie möglich.

$$\frac{3}{4} + \left(\frac{-2}{3}\right) + \frac{4}{21} : \frac{1}{7} - \frac{5}{12}$$

**Aufgabe 44:**

Berechnen Sie folgende Aufgabe und Kürzen Sie möglich.

$$\left(2\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) : \left(-1\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right)$$

**Aufgabe 45:**

Berechnen Sie folgende Aufgabe und kürzen Sie möglich.

$$1\frac{1}{3} : 1\frac{13}{15} \cdot \left(6\frac{2}{3} - 5\frac{4}{15}\right)$$

**Aufgabe 46:**

Berechnen Sie folgenden Doppelbruch und kürzen Sie möglich.

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{3}}$$

**Aufgabe 47:**

Berechnen Sie folgende Aufgabe und kürzen Sie möglich.

$$\left[2,75 - 0,25 : \left(\frac{7}{12} - \frac{5}{8}\right)\right] \cdot 1,6 + 0,4$$

**Aufgabe 48:**

Berechnen Sie das Ergebnis und kürzen so weit wie möglich.

$$\frac{5}{8} : \frac{1}{2} + 1\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{4} - \frac{9}{14} : \frac{3}{7}$$

**Aufgabe 49:**

Berechnen Sie folgende Aufgabe und Kürzen Sie möglich.

$$\left[ 6,1 + \left[ \frac{1}{10} - \left( 1,2 : \frac{1}{5} + 0,1 \right) \right] \right] \cdot 10$$

**Aufgabe 50:**

Berechnen Sie folgende Aufgabe und kürzen Sie möglich.

$$4\frac{1}{2} \cdot 3\frac{7}{12} - 3\frac{5}{9} \cdot 3\frac{3}{8}$$

**Aufgabe 51:**

Berechnen Sie folgende Aufgabe und kürzen Sie möglich.

$$\left( 2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{6} \right) : \left( 1\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2} \right)$$

**Aufgabe 52:**

Berechnen Sie folgende Aufgabe und kürzen Sie möglich.

$$7\frac{1}{7} - \frac{3}{4} : \left( 2 \cdot \frac{5}{8} - \frac{13}{16} \right)$$

**Aufgabe 53:**

Berechnen Sie folgende Dezimalzahl in einen Bruch um.

0,125

**Aufgabe 54:**

Subtrahieren Sie folgende Brüche und kürzen das Ergebnis, wenn es möglich ist. Schreiben Sie das Ergebnis als Bruch und als gemischten Bruch.

$$4\frac{1}{9} - 3\frac{5}{6} - 1\frac{2}{3}$$

**Aufgabe 55:**

Dividieren Sie folgende Brüche und kürzen das Ergebnis, wenn es möglich ist.

$$4\frac{5}{6} : 1\frac{2}{9}$$

**Aufgabe 56:**

Berechnen Sie folgende Aufgabe und kürzen Sie möglich.

$$\frac{19}{21} : \left(5\frac{3}{7} + 1\frac{5}{14}\right) + \frac{1}{5} \cdot 4\frac{1}{3}$$

**Aufgabe 57:**

Berechnen Sie folgenden Doppelbruch und kürzen Sie möglich.

$$\frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{3}}$$

**Aufgabe 58:**

Berechnen Sie das Ergebnis und kürzen so weit wie möglich.

$$3 - \left(\frac{3}{7} - \frac{5}{9} + 2\frac{5}{21}\right)$$

**Aufgabe 59:**

Berechnen Sie das Ergebnis und kürzen so weit wie möglich.

$$\frac{14}{9} - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{9}\right)$$

**Aufgabe 60:**

Berechnen Sie das Ergebnis und kürzen so weit wie möglich.

$$\left(\frac{12}{24} + \frac{15}{20}\right) : \frac{27}{36}$$

**Aufgabe 61:**

Berechnen Sie das Ergebnis und kürzen so weit wie möglich.

$$7\frac{3}{8} - \left(8\frac{11}{12} - 9\frac{1}{3}\right)$$

**Potenzen****Aufgabe 62:**

Schreiben Sie die folgenden Aufgaben als Potenz mit möglichst kleiner Basis:

a) 9

b) 8

c) 1000

d)  $\frac{1}{1000}$

e) 1 000 000 000

f) 1024

**Aufgabe 63:**

Berechnen Sie folgenden Summenterm.

$$2x^2 + 4xy + 2y^2 - 3x^2 - 6xy - 3y^2$$

**Aufgabe 64:**

Schreiben Sie als Produkt von Potenzen

a)  $x^{3+5}$

b)  $\frac{5^9}{5^4}$

c)  $x^{n+5}$

d)  $\frac{x^{4p+1}}{x^{2p+2}}$

**Aufgabe 65:**

Vereinfachen Sie folgenden Term.

$$a^{-2} : a^{-4}$$

**Aufgabe 66:**

Berechnen Sie folgenden Summenterm.

$$a^2 + b^3 + c^3 + b^2 + c^2 + b^2$$



**Aufgabe 67:**

Vereinfachen Sie folgenden Term.

$$\left(\frac{4a^{-3}b^0}{x^2y^{-1}}\right)^{-2}$$

**Aufgabe 68:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\left(\frac{18a^9b^7}{35x^3y^2}\right) : \left(\frac{12a^5b^3}{21x^4y^6}\right)$$

**Aufgabe 69:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{a^3 \cdot b^7}{a^2 \cdot b^4}$$

**Aufgabe 70:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{4z^5 \cdot 8y^7}{2y^6 \cdot z^3}$$

**Aufgabe 71:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{15x^5y^8}{21a^7b^5} : \frac{2x^3y^2}{35a^{10}b^6}$$

**Aufgabe 72:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{z^n \cdot z^{m-n}}{z^m}$$

**Aufgabe 73:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\left(\frac{2x^3y^2}{3a^2 \cdot 2b^3}\right)^2 : \left(\frac{x^2 \cdot 2y}{2a^2 \cdot 3b^2}\right)^3$$

**Aufgabe 74:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\left(\frac{7a^2b^3c^4}{8x^5y^7z^7}\right)^n : \left(\frac{21a^2b^2c^4}{16x^6y^7z^8}\right)^n$$

**Aufgabe 75:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\left(\frac{x^5 \cdot y^6}{a^2 \cdot b^3}\right)^5 : \left(\frac{x \cdot y}{a^3 \cdot b^5}\right)^5$$

**Aufgabe 76:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{x^6 + x^5}{x^4 + x^3}$$

**Aufgabe 77:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$a^{5n-1} \cdot b^{1+5n} \cdot a \cdot b^{5+n}$$

**Aufgabe 78:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{22x^5y^6 - 121x^4y^5 + 77x^6y^7}{11x^3y^4}$$

**Aufgabe 79:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$(r^6 - r^5) \cdot r^{n-4}$$

**Aufgabe 80:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{15x^9 \cdot 225y^9}{5x^6 \cdot 25by^6}$$

**Aufgabe 81:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{y^{3n+1} - 2y^{3n} + y^{3n-1}}{y^{2n+1} - y^{2n-1}}$$

**Aufgabe 82:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{x^2 - 4}{x^{2n+1}} - \frac{x - 1}{x^{2n-1}} - \frac{2x^5}{x^{2n+4}}$$

**Aufgabe 83:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\left(\frac{8a^4y^2}{27a^5b}\right)^2 \cdot \left(\frac{9a^2x^{-2}}{4yb}\right)^3 \cdot \left(\frac{a^{-2}}{x^3b^3}\right)^{-2}$$

**Aufgabe 84:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{12c^5 \cdot 15d^7}{36d^4 \cdot 5c^5}$$

**Aufgabe 85:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\left(\frac{7a^2b^3c^4}{8x^5y^7z^7}\right)^n : \left(\frac{21a^2b^2c^4}{16x^6y^7z^8}\right)^n$$

**Aufgabe 86:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{22x^5y^6 - 121x^4y^5 + 77x^6y^7}{11x^3y^4}$$

**Aufgabe 87:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{x^{2n+1} \cdot y^{3n+1}}{y^{3n} \cdot x^{2n-1}}$$

**Aufgabe 88:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$(r^6 - r^5) \cdot r^{n-5}$$

**Aufgabe 89:**

Vereinfachen Sie folgenden Term mit Hilfe der Potenzgesetze.

$$\frac{16a^5 \cdot 15b^6}{4a^3 \cdot 3b^5}$$

**Aufgabe 90:**

Vereinfachen Sie soweit wie möglich.

$$\frac{15x^5y^8}{21a^7b^5} : \frac{2x^3y^2}{35a^{10}b^6}$$

**Aufgabe 91:**

Vereinfachen Sie soweit wie möglich.

$$\frac{6p^5q^4}{r^2t^3} : \frac{3p^4q^2}{r^7t^5}$$

**Aufgabe 92:**

Vereinfachen Sie soweit wie möglich.

$$(3x^{n+4} - 9x^{2n-4} + 12x^{n+5}) : 3x^2$$

**Wurzeln****Aufgabe 93:**

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\sqrt[3]{24}$$

**Aufgabe 94:**

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\sqrt{9a^3b^2}$$

**Aufgabe 95:**

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$2a\sqrt{a} + 5\sqrt{ab} - 3\sqrt{a} + 2\sqrt{a^3} - 2\sqrt{ab}$$

**Aufgabe 96:**

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$3ab \cdot \sqrt{6bc} \cdot 4cd \cdot \sqrt{8de}$$

**Aufgabe 97:**

Dividieren Sie folgende Wurzeln.

$$\frac{\sqrt{a^3b^5}}{\sqrt{a \cdot b^3}}$$

**Aufgabe 98:**

Berechnen Sie folgende Wurzeln:

$$\sqrt{2a^2} \cdot \sqrt{\frac{8}{a}} \cdot \sqrt{\frac{9}{a}}$$

**Aufgabe 99:**

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\sqrt{45ax} : \sqrt{2a}$$

**Aufgabe 100:**

Fassen Sie folgenden Ausdruck durch teilweises Wurzelziehen zusammen.

$$\sqrt{63} + \sqrt{112}$$

**Aufgabe 101:**

Multiplizieren Sie folgenden Ausdruck aus und vereinfachen sie ihn. Ziehen Sie, falls möglich, teilweise die Wurzel! Bestimmen Sie den Wurzelwert, wenn er eine Rationale Zahl ist!

$$(2\sqrt{6} + 3\sqrt{3})(2\sqrt{6} - 4\sqrt{3})$$

**Aufgabe 102:**

Dividieren Sie folgende Wurzeln.

$$\frac{\sqrt{a^4 b^4}}{\sqrt{a^2 c^2}}$$

**Aufgabe 103:**

Fassen Sie folgenden Ausdruck durch teilweises Wurzelziehen zusammen.

$$\sqrt{45} + \sqrt{20}$$

**Aufgabe 104:**

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\sqrt[3]{\sqrt[5]{a}}$$

**Aufgabe 105:**

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\sqrt{45ax} : \sqrt{2a}$$

**Aufgabe 106:**

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\frac{k}{\sqrt[3]{k}}$$

**Aufgabe 107:**

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$(\sqrt{3x} - \sqrt{12x}) : \sqrt{x}$$

**Aufgabe 108:**

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$(\sqrt{5})^3 + 3\sqrt{5^2} - (4\sqrt{5})^2 + \sqrt{5} \cdot \sqrt{5^3}$$

**Aufgabe 109:**

Multiplizieren Sie folgenden Ausdruck aus und vereinfachen sie ihn. Ziehen Sie, falls möglich, teilweise die Wurzel! Bestimmen Sie den Wurzelwert, wenn er eine Rationale Zahl ist!

$$\sqrt{5}(\sqrt{5} - 3\sqrt{20})$$

**Aufgabe 110:**

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\sqrt{3^4} + (-2\sqrt{3})^4 + (\sqrt{3^2})^3 - 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{3^3}$$

**Aufgabe 111:**

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$(u - v) \cdot \sqrt{1 + \frac{4uv}{(u - v)^2}}$$

**Aufgabe 112:**

Vereinfachen sie folgenden Ausdruck

$$12b^2c \cdot \sqrt{\frac{5a}{24b^2c}} \cdot \sqrt{30ac}$$

**Aufgabe 113:**

Berechnen Sie folgende Potenzen ohne Taschenrechner:

a)  $\left(\frac{1}{2}\right)^4$

b)  $(-2)^{-3}$

c)  $(\sqrt{2})^4$

d)  $(-\sqrt{3})^2$

e)  $\sqrt[3]{\frac{64}{1000}}$

**Aufgabe 114:**

Vereinfachen Sie weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{u} \cdot \sqrt[4]{u^3}}{\sqrt[4]{u}}$$

**Aufgabe 115:**

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\left(\frac{\sqrt[3]{4x^2}}{\sqrt{x^3}}\right)$$

**Aufgabe 116:**

Vereinfachen Sie die folgenden Wurzeln.

$$(2 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})$$

**Aufgabe 117:**

Vereinfachen Sie die folgenden Wurzeln.

$$\sqrt{8x^2} + \frac{x}{2}\sqrt{2}$$



**Binomische Formeln****Aufgabe 118:**

Bilden Sie aus dem folgenden Ausdruck eine Binomische Formel.

$$16 - 8t + t^2$$

**Aufgabe 119:**

Wenden Sie die entsprechende Binomische Formel an.

$$(2x - 1)^2$$

**Aufgabe 120:**

Bilden Sie aus dem folgenden Ausdruck eine Binomische Formel.

$$4p^2 - 16pq^4 + 16q^8$$

**Aufgabe 121:**

Berechnen Sie nach der dritten binomischen Formel.

$$(2r + 4)(2r - 4)$$

**Aufgabe 122:**

Bilden Sie aus dem folgenden Ausdruck eine Binomische Formel.

$$1 - r^2$$

**Aufgabe 123:**

Füllen Sie die Lücken aus.

$$(8b - \underline{\quad})^2 = \underline{\quad} - 32bc + 4c^2$$

**Aufgabe 124:**

Füllen Sie die Lücken aus.

$$(\underline{\quad} - 3)^2 = \underline{\quad} - 36a + 9$$

**Aufgabe 125:**

Berechnen Sie nach der dritten binomischen Formel.

$$(x + 3)(x - 3)$$

**Aufgabe 126:**

Multiplizieren Sie folgende Terme aus und fassen Sie anschließend zusammen.

$$\left(a - \frac{1}{2}b\right)^2 + \left(\frac{1}{3}b + 3a\right)^2$$

**Aufgabe 127:**

Berechnen Sie den folgenden Ausdruck mit Hilfe der binomischen Formeln.

$$(3y + 7)^2$$

**Aufgabe 128:**

Multiplizieren Sie folgende Terme aus und fassen Sie anschließend zusammen.

$$(5s + 4r)^2 - (4s - 3r)(4s + 3r)$$

**Aufgabe 129:**

Berechnen Sie den folgenden Ausdruck mit Hilfe der binomischen Formeln.

$$(4c + 5)(4c - 5)$$

**Aufgabe 130:**

Bilden Sie aus dem folgenden Ausdruck eine Binomische Formel.

$$x^2 - 25$$

**Aufgabe 131:**

Füllen Sie die Lücken aus.

$$(d + \underline{\quad})^2 = d^2 + \underline{\quad} + f^2$$

**Aufgabe 132:**

Berechnen Sie den folgenden Ausdruck mit Hilfe der binomischen Formeln.

$$(6y - 5)^2$$

**Aufgabe 133:**

Füllen Sie die Lücken aus.

$$(\underline{\quad} - 2)^2 = d^2 - 4d + \underline{\quad}$$

**Logarithmen****Aufgabe 134:**

Formen Sie folgende Gleichung in Logarithmusschreibweise um.

$$2^x = 16$$

**Aufgabe 135:**

Formen Sie folgende Gleichung in Logarithmusschreibweise um.

$$5^x = 125$$

**Aufgabe 136:**

Berechnen Sie mit dem Taschenrechner.

$$\log_4 8$$

**Aufgabe 137:**

Fassen Sie folgenden Ausdruck zusammen.

$$\log_{10}(2) + \log_{10}(13)$$

**Aufgabe 138:**

Fassen Sie folgenden Ausdruck zusammen.

$$\log_8(a) + \log_8(a^2)$$

**Aufgabe 139:**

Schreiben Sie folgenden Term als einzelne Terme.

$$\log_4(2kx)$$

**Aufgabe 140:**

Formen Sie den folgenden Ausdruck mit den Logarithmengesetzen um.

$$\log_{11}(8)$$

**Aufgabe 141:**

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\log_2(a) - \log_2(b)$$

**Aufgabe 142:**

Schreiben Sie folgenden Term als einzelne Terme.

$$\log_3(tx)$$

**Aufgabe 143:**

Formen Sie den folgenden Ausdruck mit Logarithmengesetzen um.

$$\log_{11}(8)$$

**Aufgabe 144:**

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\log_3(x + y) - \log_3 x$$

**Aufgabe 145:**

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\log_4(x^2) + \log_4\left(\frac{1}{x^2}\right)$$

**Aufgabe 146:**

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$\frac{1}{2}\log_{10}(4) + 3 \cdot \log_{10}(6) - 2 \cdot \log_{10}(3 \cdot 2^2)$$

**Aufgabe 147:**

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck.

$$2 \cdot \log_5(x) + \frac{1}{2}\log_5(x^4) - \log_5(x^2)$$

## Trigonometrie und Winkelgesetze

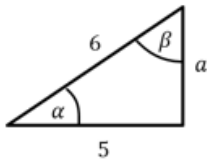
### Aufgabe 148:

Rechnen Sie die gegebenen Winkel entweder in die Einheit Grad oder Radiant um:

a)	$\alpha = 30^\circ$	b)	$\alpha = \frac{\pi}{2}$
c)	$\alpha = 60^\circ$	d)	$\alpha = 27.8^\circ$
e)	$\alpha = \frac{2\pi}{3}$	f)	$\alpha = 2\pi$

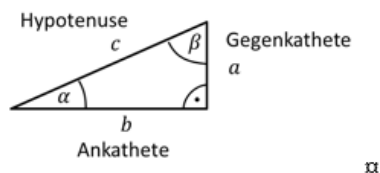
### Aufgabe 149:

Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck. Bestimmen Sie die fehlenden Größen:



### Aufgabe 150:

Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck. Berechnen Sie aus den gegebenen Größen die fehlende Größe mit Hilfe der trigonometrischen Funktionen.



a)  $a = 5 \quad b = 2 \quad \alpha = ?$

b)  $b = 2 \quad c = 3 \quad \alpha = ?$

c)  $a = 4 \quad c = 6 \quad \alpha = ?$

d)  $b = 1 \quad c = 1.5 \quad \beta = ?$

e)  $c = 5 \quad \alpha = 20^\circ \quad a = ?$

f)  $a = 4.2 \quad \beta = 78^\circ \quad b = ?$

**Aufgabe 151:**

Ein Körper legt auf einer Kreisbahn mit dem Radius  $r$  den Weg  $s$  (Bogenlänge) zurück und überstreicht dabei den Winkel  $\alpha$  (Bogenmaß, Einheit Grad oder Radiant).

Berechnen Sie aus den gegebenen Größen die fehlende Größe:

a)  $r = 10 \text{ cm}$   $\alpha = 30^\circ$

b)  $s = 0.8 \text{ m}$   $\alpha = 1.5$

c)  $r = 5 \text{ dm}$   $s = 2 \text{ m}$

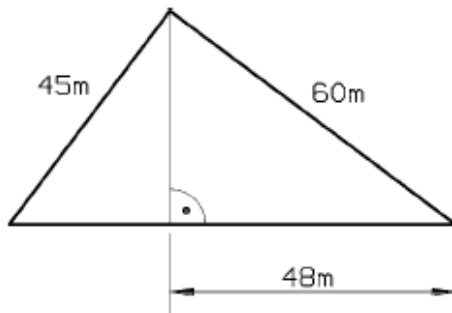
d)  $\alpha = 379^\circ$   $s = 86 \text{ cm}$

e)  $r = 1.7 \text{ m}$   $\alpha = 227^\circ$

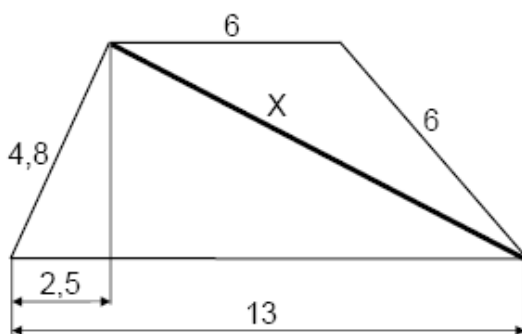
f)  $r = 0.75 \text{ m}$   $s = 0.564 \text{ km}$

**Aufgabe 152:**

Berechnen Sie den Flächeninhalt des unten aufgeführten Dreiecks. ( $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$ )

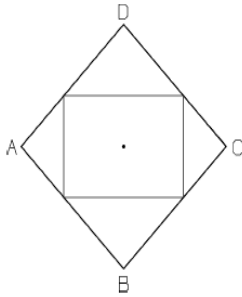

**Aufgabe 153:**

Berechnen Sie die Länge der Strecke  $x$ .



**Aufgabe 154:**

Einem Quadrat ABCD ist ein Rechteck mit den Seitenlängen 10cm und 4cm einbeschrieben. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Quadrates.

**Aufgabe 155:**

Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck mit  $p=4\text{cm}$  und  $q=3\text{cm}$ . Bestimmen Sie die Höhe  $h$ .

**Aufgabe 156:**

Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck mit  $p=2\text{cm}$  und  $c=5\text{cm}$ . Bestimmen Sie die Strecken  $a$  und  $b$ .

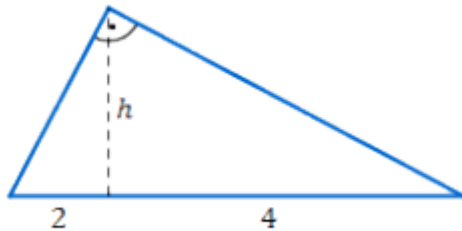
**Aufgabe 157:**

Von einem rechtwinkligen Dreieck ABC ist bekannt, dass die Höhe 5cm lang ist und der Hypothenusenabschnitt  $p=6,1\text{cm}$  lang ist und  $p$  um 2cm länger ist als der Hypothenusenabschnitt  $q$ . Berechnen Sie alle fehlenden Seitenlängen des Dreiecks ABC und berechnen außerdem den Flächeninhalt des Dreiecks.

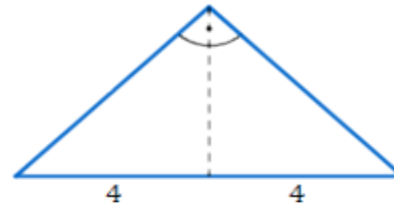
**Aufgabe 158:**

Welches der folgenden Dreiecke von A bis D hat eine Höhe von  $\sqrt{8}$  ?

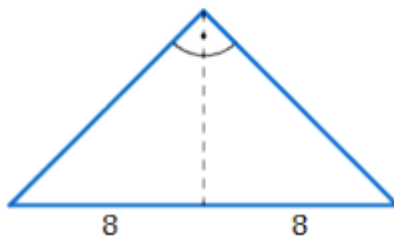
A:



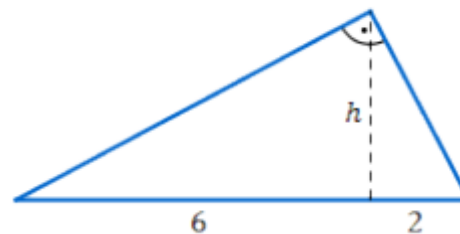
C:



B:

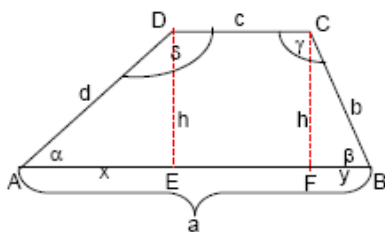


D:


**Aufgabe 159:**

Gegeben ist ein Trapez durch  $a=9\text{cm}$ ,  $c=3\text{cm}$ ,  $h=5\text{cm}$  und  $\alpha = 42^\circ$

Berechnen Sie alle Strecken und Winkel im Trapez (siehe Zeichnung).


**Aufgabe 160:**

Von einem Turmfenster in 12m Höhe sieht man die Spitze eines Schornsteins unter dem Höhenwinkel (Erhebungswinkel)  $\alpha = 42^\circ$  und den Fußpunkt unter dem Tiefenwinkel (Senkungswinkel)  $\beta = 32^\circ$

Wie weit ist der Schornstein vom Turm entfernt und wie hoch ist er?



**Aufgabe 161:**

Gegeben sind in einem beliebigen Dreieck die Seite  $c=18\text{cm}$  und die Winkel  $\gamma = 118^\circ$  und  $\beta = 35^\circ$ . Berechnen Sie die Seiten  $a$  und  $b$  sowie den Winkel  $\alpha$ .

**Aufgabe 162:**

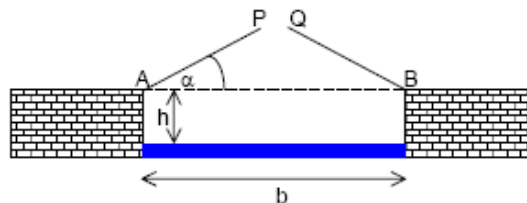
Gegeben sind die Größen  $a=7,5\text{cm}$ ,  $c=8,2\text{cm}$  und  $\beta = 85^\circ$  in einem beliebigen Dreieck. Berechnen Sie die Seite  $b$  und die Winkel  $\alpha$  und  $\gamma$ .

**Aufgabe 163:**

Über einen Fluss mit der Breite  $b=13\text{m}$  führt eine Zugbrücke. Das Gelenk  $A$  der Brücke liegt  $h=3,7\text{m}$  über dem Wasserspiegel. Die Brücke lässt sich höchstens so weit öffnen, dass die beiden Brückenhälften unter dem Winkel  $\alpha = 31^\circ$  gegen die horizontale geneigt sind.

a) Wie hoch liegen die Punkte  $P$  und  $Q$  über dem Wasserspiegel, wenn die Brücke so weit wie möglich geöffnet ist? Wie weit sind sie auseinander?

b) Das Deck eines Schiffes ist  $6\text{m}$  breit und ragt  $4,5\text{m}$  aus dem Wasser. Das Schiff fährt genau in der Mitte des Flusses. Entscheiden Sie per Rechnung, ob das Schiff durchfahren kann, wenn die Zugbrücke soweit wie möglich geöffnet ist.


**Aufgabe 164:**

Auf einer horizontalen Ebene stehen zwei senkrechte Sendemasten  $AB$  und  $CD$ , die  $180\text{m}$  voneinander entfernt sind. Auf der Verbindungsstrecke ihrer Fußpunkte  $A$  und  $C$  befindet sich eine Verankerung  $F$ , von der aus Halteseile zu den Mastspitzen führen. Von  $F$  aus erscheint der  $48\text{m}$  hohe Mast  $AB$  unter dem Winkel  $\alpha = 36,5^\circ$ , der Sendemast  $CD$  unter  $\beta = 29^\circ$ .

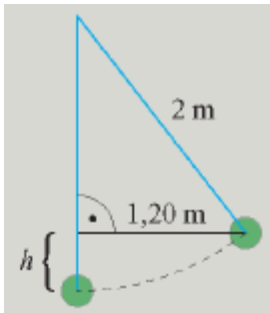
a) Wie weit ist die Verankerung  $F$  von den Fußpunkten  $A$  und  $C$  der beiden Sendemasten entfernt.

b) Wie hoch ist der Sendemast  $CD$ ?

c) Zwischen den beiden Mastspitzen ist ein Antennendraht gezogen. Wie lang ist dieser Draht, wenn er wegen seines Durchhangs um  $15\%$  länger ist als der Abstand der Mastspitzen?

**Aufgabe 165:**

Auf den Bild sieht man ein Pendel, das 1,20m zur Seite ausgelenkt wurde. Wie viel Zentimeter hat das Pendel an Höhe  $h$  gewonnen?


**Aufgabe 166:**

Für den Bau einer pyramidenförmigen Lautsprecherbox sind vier gleichschenklige Dreiecksflächen aus Spanplatten gesägt worden. Die Höhe der Dreiecke beträgt  $h_a = 90\text{cm}$ . Welche Höhe hat die fertige Box bei einer quadratischen Grundfläche der Länge  $a=45\text{cm}$ ?

**Aufgabe 167:**

Ein 90m hoher Funkmast wird bei  $\frac{4}{5}$  seiner Höhe durch 4 Spannseile befestigt. Die Befestigungspunkte der Spannseile am Boden sind jeweils 5m vom Fuß des Mastes entfernt und bilden ein Quadrat.

- Wie lang sind die 4 Seile zusammen?
- Wenn man sie Fläche um die Befestigungspunkte herum einzäunen würde, wie Lang wäre der Zaun?

## Lineare, quadratische und kubische Gleichungen

### Aufgabe 168:

Bestimmen Sie zuerst die Definitionsmenge, im Anschluss lösen Sie diese Gleichung und geben die Lösungsmenge an.

$$3(2x + 5) - 4 = 18 - 2(6 - 3x)$$

### Aufgabe 169:

Bestimmen Sie zuerst die Definitionsmenge, im Anschluss lösen Sie diese Gleichung und geben die Lösungsmenge an.

$$\frac{3}{8}x - 5 = 2 - \left(3 + \frac{5}{8}x\right)$$

### Aufgabe 170:

Bestimmen Sie Lösung der folgenden Gleichung.

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

### Aufgabe 171:

Bestimmen Sie Lösung der folgenden Gleichung.

$$x^2 + 4x = 0$$

### Aufgabe 172:

Bestimmen Sie für folgende Gleichung die Definitionsmenge und die Lösungsmenge.

$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{x^2}{x^2-1}$$

### Aufgabe 173:

Bestimmen Sie für folgende Gleichung die Definitionsmenge und die Lösungsmenge.

$$\frac{x-2}{x^2-4} = \frac{x+2}{x^2+4x+4}$$

**Aufgabe 174:**

Bestimmen Sie für folgende Gleichung die Definitionsmenge und die Lösungsmenge.

$$\frac{2}{x-2} - 2 = \frac{1}{4-2x}$$

**Aufgabe 175:**

Bestimmen Sie Lösungsmenge der folgenden Gleichung.

$$3x^3 - 10x^2 + 7x - 12 = 0$$

**Aufgabe 176:**

Bestimmen Sie Lösungsmenge der folgenden Gleichung.

$$x^3 - 2x^2 - 11x + 12 = 0$$

**Aufgabe 177:**

Bestimmen Sie Lösungsmenge der folgenden Gleichung.

$$2x^3 - 6x^2 + 8 = 0$$

## Wurzelgleichungen

### Aufgabe 178:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Wurzelgleichung.

$$\sqrt{x+6} = 3$$

### Aufgabe 179:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Wurzelgleichung.

$$\sqrt{x+4} = 8$$

### Aufgabe 180:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Wurzelgleichung.

$$3 \cdot \sqrt[3]{x-1} = \sqrt[3]{x+207}$$

### Aufgabe 181:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Wurzelgleichung.

$$4\sqrt{x-7} = \sqrt{x+8}$$

### Aufgabe 182:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Wurzelgleichung.

$$\sqrt{x-5} - \sqrt{x+7} = -2$$

### Aufgabe 183:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Wurzelgleichung.

$$\sqrt{x+5} - 3 = \sqrt{x+32}$$

**Aufgabe 184:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Wurzelgleichung.

$$\sqrt{x-6} - 2 = \sqrt{x+10}$$

**Aufgabe 185:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Wurzelgleichung.

$$\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+6} = 12$$

**Aufgabe 186:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Wurzelgleichung.

$$\sqrt[3]{x-5} \cdot \sqrt[3]{x+2} = 2$$

**Aufgabe 187:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Wurzelgleichung.

$$\sqrt{5x+29} = \sqrt{x+9} + 2\sqrt{x-3}$$

**Aufgabe 188:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Wurzelgleichung.

$$\sqrt{x + \sqrt{x-2}} = 2$$

**Aufgabe 189:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Wurzelgleichung.

$$\sqrt{2x + \sqrt{7x+4}} = \sqrt{3x+2}$$

**Aufgabe 190:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Wurzelgleichung.

$$\sqrt[4]{x+2} = \sqrt[8]{4x+8}$$

**Ungleichungen****Aufgabe 191:**

Geben sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung an.

$$3x + 4 < 5(2 - x) + 18x$$

**Aufgabe 192:**

Geben sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung an.

$$810x - 13 + 45(34 - 18x) < 1354$$

**Aufgabe 193:**

Geben sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung an.

$$x^2 - 3x + 11 \leq 0$$

**Aufgabe 194:**

Geben sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung an.

$$2x^2 + 2x + 5 > 0$$

**Aufgabe 195:**

Geben sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung an.

$$x^2 - 3x \geq 0$$

**Aufgabe 196:**

Geben sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung an.

$$x^2 - 2x - 4 \geq 0$$

**Aufgabe 197:**

Geben sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung an.

$$\frac{x-2}{x-5} \geq 0$$

**Aufgabe 198:**

Geben sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung an.

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \leq 0$$

**Aufgabe 199:**

Geben sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung an.

$$\frac{x}{x-1} < 1$$

**Aufgabe 200:**

Geben sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung an.

$$\frac{4x+1}{3x-2} > 5$$

**Aufgabe 201:**

Geben sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung an.

$$\frac{3}{4x-4} \leq \frac{2}{x-6}$$



**Betragsgleichungen****Aufgabe 202:**

Ermitteln Sie die Lösung dieser Betragsgleichung.

$$|x| = 11$$

**Aufgabe 203:**

Ermitteln Sie die Lösung dieser Betragsgleichung.

$$|x - 12| = 12$$

**Aufgabe 204:**

Ermitteln Sie die Lösung dieser Betragsgleichung.

$$|x + 6| = 2$$

**Aufgabe 205:**

Ermitteln Sie die Lösung dieser Betragsgleichung.

$$|x + 15| = 25$$

**Aufgabe 206:**

Ermitteln Sie die Lösung dieser Betragsgleichung.

$$2x - |3 - x| = 18$$

**Aufgabe 207:**

Ermitteln Sie die Lösung dieser Betragsgleichung.

$$2x + |2x + 4| = -4$$

**Aufgabe 208:**

Ermitteln Sie die Lösung dieser Betragsgleichung.

$$|3x + 6| - 2x = -5$$

**Aufgabe 209:**

Ermitteln Sie die Lösung dieser Betragsgleichung.

$$|x^2 + 3x| = 4$$

**Aufgabe 210:**

Ermitteln Sie die Lösung dieser Betragsgleichung.

$$|x^2 + 4x - 33| = 12$$

**Aufgabe 211:**

Ermitteln Sie die Lösung dieser Betragsgleichung.

$$|x^2 + 10x - 27| = 48$$

**Aufgabe 212:**

Ermitteln Sie die Lösung dieser Betragsgleichung.

$$|x + 1| + 5 = |2x - 4|$$

**Betragsungleichungen****Aufgabe 213:**

Lösen Sie folgende Betragsungleichung.

$$|x| < 20$$

**Aufgabe 214:**

Lösen Sie folgende Betragsungleichung.

$$|x - 20| < 6$$

**Aufgabe 215:**

Lösen Sie folgende Betragsungleichung.

$$|x - 6| \leq 20$$

**Aufgabe 216:**

Lösen Sie folgende Betragsungleichung.

$$|x - 4| < 3$$

**Aufgabe 217:**

Lösen Sie folgende Betragsungleichung.

$$|3x + 2| \leq 26$$

**Aufgabe 218:**

Lösen Sie folgende Betragsungleichung.

$$|x + 6| < 20$$

**Aufgabe 219:**

Lösen Sie folgende Betragsungleichung.

$$2 + |x + 3| < 3$$

**Aufgabe 220:**

Lösen Sie folgende Betragsungleichung.

$$2 \cdot |x - 1| > 8$$

**Aufgabe 221:**

Lösen Sie folgende Betragsungleichung.

$$|x + 1| - |2x - 6| \leq 10$$

**Aufgabe 222:**

Lösen Sie folgende Betragsungleichung.

$$|x^2 - 4x + 2| \leq 2$$

**Aufgabe 223:**

Lösen Sie folgende Betragsungleichung.

$$\frac{2x}{|x + 1|} \geq 1$$

**Aufgabe 224:**

Lösen Sie folgende Betragsungleichung.

$$\frac{x + 3}{|2x - 1|} \leq 2$$

## Trigonometrische Gleichungen

### Aufgabe 225:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden trigonometrischen Gleichung

$$\sin(x) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

im Bereich von  $-2\pi \leq x \leq 4\pi$ .

### Aufgabe 226:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden trigonometrischen Gleichung

$$\sin(x) = -\frac{1}{2}$$

im Bereich von  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

### Aufgabe 227:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden trigonometrischen Gleichung

$$\cos(x) = 0,3$$

im Bereich von  $-\pi \leq x \leq +\pi$ .

### Aufgabe 228:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden trigonometrischen Gleichung

$$\cos(x) = -0,5$$

im Bereich von  $-2\pi \leq x \leq +2\pi$ .

### Aufgabe 229:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden trigonometrischen Gleichung

$$3 \cdot \sin(x) = 4$$

im Bereich von  $-\pi \leq x \leq +\pi$ .

**Aufgabe 230:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden trigonometrischen Gleichung

$$\cos(x) = 0$$

im Bereich von  $0 \leq x \leq +2\pi$ .

**Aufgabe 231:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden trigonometrischen Gleichung

$$\cos(x) = 0,8$$

im Bereich von  $0 \leq x \leq +2\pi$ .

**Aufgabe 232:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden trigonometrischen Gleichung

$$\cos(x) = -\frac{1}{3}\sqrt{3}$$

im Bereich von  $0 \leq x \leq +2\pi$ .

**Aufgabe 233:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden trigonometrischen Gleichung

$$\tan(x) = -\sqrt{3}$$

im Bereich von  $-\pi \leq x \leq +2\pi$ .

**Aufgabe 234:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden trigonometrischen Gleichung

$$\cos\left(\frac{\pi}{6}x\right) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

im Bereich von  $-3 \leq x \leq 12$ .

**Aufgabe 235:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden trigonometrischen Gleichung

$$\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}$$

im Bereich von  $-\pi \leq x \leq +4\pi$ .

**Aufgabe 236:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden trigonometrischen Gleichung

$$\tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 2$$

im Bereich von  $-\pi \leq x \leq +2\pi$ .

**Aufgabe 237:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden trigonometrischen Gleichung

$$\sin(3x) = \frac{1}{4}\sqrt{5}$$

im Bereich von  $0 \leq x \leq +2\pi$ .

**Aufgabe 238:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden trigonometrischen Gleichung

$$\sin\left(\frac{2}{3}x\right) = -\frac{1}{2}$$

im Bereich von  $0 \leq x \leq +3\pi$ .

**Aufgabe 239:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden trigonometrischen Gleichung

$$\cos(x - 1) = \frac{1}{4}$$

im Bereich von  $-\pi \leq x \leq +2\pi$ .

**Aufgabe 240:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden trigonometrischen Gleichung

$$\cos\left(x + \frac{5}{6}\pi\right) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$$

im Bereich von  $-\pi \leq x \leq +2\pi$ .

## Exponentialgleichungen

### Aufgabe 241:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Exponentialgleichungen.

$$5^x = 125$$

### Aufgabe 242:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Exponentialgleichungen.

$$25^{x+2} = 125$$

### Aufgabe 243:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Exponentialgleichungen.

$$2^{x-10} = 3.125$$

### Aufgabe 244:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Exponentialgleichungen.

$$100^{x+1} = 128$$

### Aufgabe 245:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Exponentialgleichungen.

$$10^{2x+30} = 100^{6x}$$

### Aufgabe 246:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Exponentialgleichungen.

$$9^{x+2} = 27^{x-1}$$

### Aufgabe 247:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Exponentialgleichungen.

$$32^{x+1} = 16^{x-1}$$

### Aufgabe 248:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Exponentialgleichungen.

$$8 \cdot 4^{x+3} = 16^{x+1} \cdot 8^{x+2}$$



**Aufgabe 249:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Exponentialgleichungen.

$$5^{4x} - 30 \cdot 5^{2x} + 125 = 0$$

**Aufgabe 250:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Exponentialgleichungen.

$$2^{4x} - 2^{2x+6} + 1024 = 0$$

**Aufgabe 251:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Exponentialgleichungen.

$$16^x - 512 \cdot 2^{2x} + 65536 = 0$$

**Aufgabe 252:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Exponentialgleichungen.

$$25^{10x} - 2 \cdot 5^{10x+2} + 625 = 0$$

## Logarithmusgleichungen

### Aufgabe 253:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden logarithmischen Gleichung.

$$5 \cdot \log_3(x) = 15$$

### Aufgabe 254:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden logarithmischen Gleichung.

$$2 \cdot \log_{27}(x) = \frac{2}{3}$$

### Aufgabe 255:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden logarithmischen Gleichung.

$$\log_5(15x - 10) = \log_5(10x + 35)$$

### Aufgabe 256:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden logarithmischen Gleichung.

$$2 \cdot \log_2(x - 1) = \log_2(3x + 1)$$

### Aufgabe 257:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden logarithmischen Gleichung.

$$\log_{10}(20x^2 + 10x) = \log_{10}(50x)$$

### Aufgabe 258:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden logarithmischen Gleichung.

$$\log_3(x^2 + x + 15) = \log_3(2x^2 + 2x + 3)$$

### Aufgabe 259:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden logarithmischen Gleichung.

$$\log_2(3x - 1) + \log_2(x + 5) = 6$$

### Aufgabe 260:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden logarithmischen Gleichung.

$$\log_2(2x - 2) + \log_2(x + 1) = \log_2(4x + 4)$$

**Aufgabe 261:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden logarithmischen Gleichung.

$$\frac{4 \cdot \log_{10}(20x + 20) + 2}{4 \cdot \log_{10}(20x + 20) - 7} = 10$$

**Aufgabe 262:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden logarithmischen Gleichung.

$$4 \cdot [\log_{10}(x + 95)]^2 - 16 \cdot \log_{10}(x + 95) = -16$$

## Lineare Algebra

### Matrizen

#### Aufgabe 263:

Welchen Typ oder Ordnung besitzt die Matrix A und die Matrix B?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 8 & 8 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 & -7 \\ -3 & -6 \end{pmatrix}$$

#### Aufgabe 264:

Berechnen Sie die Spur der Matrix B.

$$B = \begin{pmatrix} -2 & -7 \\ -3 & -6 \end{pmatrix}$$

#### Aufgabe 265:

Multiplizieren Sie die Matrix B mit dem Skalar  $\Omega=2$

$$B = \begin{pmatrix} -2 & -7 \\ -3 & -6 \end{pmatrix}$$

#### Aufgabe 266:

Führen Sie folgende Matrizenaddition  $A+B$  durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Addition überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 & 8 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 \\ -4 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

#### Aufgabe 267:

Transponieren Sie die Matrix A zu  $A^T$ .

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -4 \\ 3 & -1 & 8 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

#### Aufgabe 268:

Führen Sie folgende Matrizenaddition  $A+B$  durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Addition überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -10 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 269:**

Führen Sie folgende Matrizenaddition  $A+B$  durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Addition überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 270:**

Führen Sie folgende Matrizenabstraktion  $A-B$  durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Subtraktion überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 & 8 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 \\ -4 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 271:**

Führen Sie folgende Matrizenabstraktion  $A-B$  durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Subtraktion überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -10 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 272:**

Führen Sie folgende Matrizenmultiplikation  $A \cdot B$  durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Multiplikation überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -10 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 273:**

Führen Sie folgende Matrizenmultiplikation  $A \cdot B$  durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Multiplikation überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 274:**

Führen Sie folgende Matrizenmultiplikation  $A \cdot B$  durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Multiplikation überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 275:**

Führen Sie folgende Matrizenmultiplikation  $A \cdot B$  durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Multiplikation überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 276:**

Führen Sie folgende Matrizenmultiplikation  $(A \cdot B) \cdot C$  durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Multiplikation überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 277:**

Führen Sie folgende Matrizenmultiplikation  $A \cdot (B \cdot C)$  durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Multiplikation überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 278:**

Bilden Sie von der Matrix A die Inverse.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 279:**

Bilden Sie von der Matrix A die Inverse.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 4 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 280:**

Bilden Sie von der Matrix A die Inverse.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 281:**

Berechnen Sie die Inverse Matrix mit Hilfe der Adjunkten-Methode.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 282:**

Berechnen Sie die Inverse Matrix mit Hilfe der Adjunkten-Methode.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 10 \\ 5 & -1 & 8 \\ 4 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 283:**

Berechnen Sie die Inverse Matrix mit Hilfe der Adjunkten-Methode.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

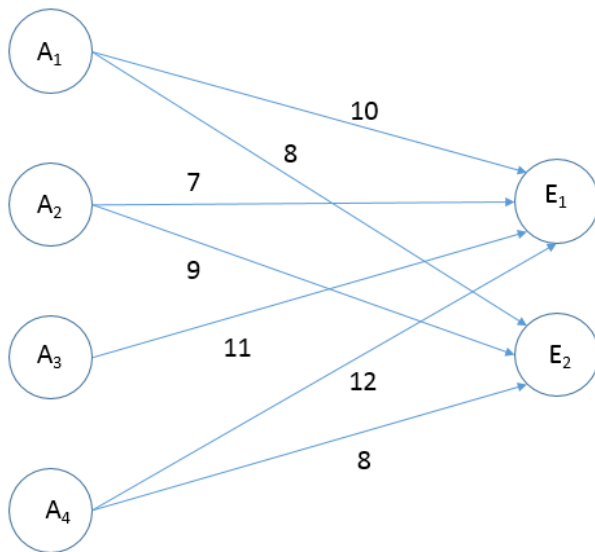
**Aufgabe 284:**

Berechnen Sie die Inverse Matrix mit Hilfe der Adjunkten-Methode.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & -5 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 285:**

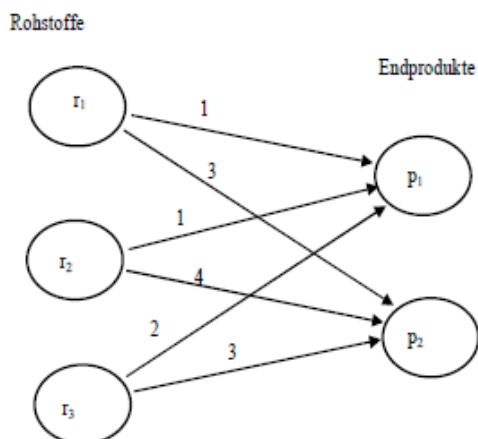
Zwei Produkte  $E_1$  und  $E_2$  werden mit Hilfe von 4 Baugruppen  $A_1, A_2, A_3$  und  $A_4$  hergestellt. Die Beziehungen werden durch den folgenden Graphen dargestellt:



Ein Kunde bestellt 230 Stück von  $E_1$  und 410 Stück von  $E_2$ . Wie viele Baugruppen braucht er dazu?

**Aufgabe 286:**

Ein Betrieb fertigt zwei verschiedene Endprodukte  $P_1$  und  $P_2$  unter Verwendung von drei verschiedenen Rohstoffen  $R_1, R_2$  und  $R_3$ . Der folgende Graph gibt an, wie viele Mengeneinheiten (ME) Rohstoffe für die Produktion von jeweils 1 ME Endprodukten benötigt werden.



Die auf je 1 ME bezogenen Rohstoffkosten in Euro werden durch den Vektor  $\vec{K} = (5; 34; 23)$  gegeben. Wie groß ist der Gesamtwert einer Bestellung von 6 ME  $P_1$  und 3 ME  $P_2$ ?



**Aufgabe 287:**

Führen Sie folgende Matrizenaddition  $A+B$  durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Addition überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -5 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 288:**

Transponieren Sie die Matrix  $A$  zu  $A^T$ .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 3 & 1 & 8 \\ 2 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 289:**

Führen Sie folgende Matrizenaddition  $A+B$  durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Addition überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 290:**

Führen Sie folgende Matrizenaddition  $A+B$  durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Addition überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 291:**

Führen Sie folgende Matrizenabstraktion  $A-B$  durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Subtraktion überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -5 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 292:**

Führen Sie folgende Matrizenabstraktion  $A-B$  durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Subtraktion überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 293:**

Führen Sie folgende Matrizenmultiplikation  $A \cdot B$  durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Multiplikation überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -3 \\ 2 & -2 & 5 \\ 0 & 2 & 7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 294:**

Führen Sie folgende Rechenoperation  $A^2$  mit Matrizen durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Rechenoperation überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 295:**

Führen Sie folgende Rechenoperation  $A^2$  mit Matrizen durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Rechenoperation überhaupt durchführbar ist.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 296:**

Führen Sie folgende Rechenoperationen  $(A \cdot B) \cdot C$  und  $A \cdot (B \cdot C)$  mit Matrizen durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Rechenoperationen überhaupt durchführbar sind.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 297:**

Führen Sie folgende Rechenoperationen  $(A + B) \cdot C$  und  $A \cdot C + B \cdot C$

mit Matrizen durch. Überprüfen Sie bitte, ob die Rechenoperationen überhaupt durchführbar sind.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 298:**

Bilden Sie von der Matrix A die Inverse.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

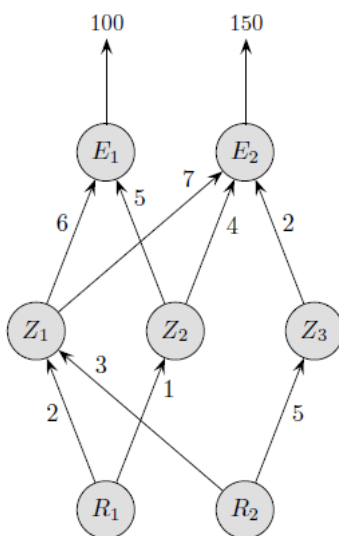
**Aufgabe 299:**

Bilden Sie von der Matrix A die Inverse.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 7 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{30} & \frac{7}{30} \\ 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \\ 1 & 7 & 11 \\ -\frac{1}{6} & -\frac{1}{30} & \frac{1}{30} \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 300:**

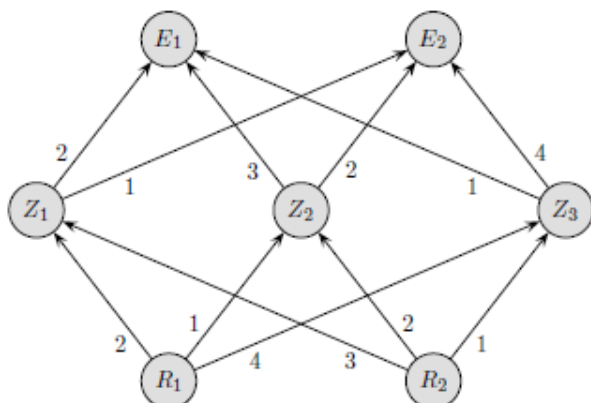
Wie viel Rohstoffe  $R_1$  und  $R_2$  werden benötigt um 100 Endprodukte  $E_1$  und 150 Endprodukte  $E_2$  herzustellen?



**Aufgabe 301:**

In einem Unternehmen mit einem mehrstufigen Fertigungsablauf seien die festen Mengenbeziehungen zwischen Rohstoffen, Zwischen- und Endprodukten durch folgenden Graph gegeben:

Es sollen 4 Mengeneinheiten (ME) von  $E_1$  und 7 ME von  $E_2$  produziert werden. Wie viel Rohstoffe sind nötig?



**Rang einer Matrix****Aufgabe 302:**

Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrix.

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 303:**

Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrix.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -2 & -4 \\ 2 & 6 & -4 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 304:**

Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrix.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 4 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 305:**

Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrix.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 3 \\ 6 & 2 & 1 & 7 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 306:**

Gegeben sei folgende Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & c \end{pmatrix}, c \in \mathbb{R}$$

Bestimmen Sie  $c \in \mathbb{R}$ , so dass gilt:  $\text{Rang}(B)=2$

**Aufgabe 307:**

Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrix.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 0 & 4 & -6 \\ -1 & 1 & 2 & 5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 308:**

Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrix.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ -4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 309:**

Es seien folgende Matrizen gegeben

$$A = \begin{pmatrix} c & 0 & 1 \\ 0 & c+1 & 0 \\ 1 & c & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -c & 0 & 2 \\ 0 & -c & 0 \\ 1 & c & 0 \end{pmatrix}$$

Für welche  $c \in \mathbb{R}$  gilt:  $\text{Rang}(A) = \text{Rang}(B)$

**Determinanten****Aufgabe 310:**

Berechnen Sie folgende Determinante.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} =$$

**Aufgabe 311:**

Berechnen Sie folgende Determinante.

$$D = \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -8 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 312:**

Berechnen Sie folgende Determinante.

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 3 \\ 9 & 4 & -3 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 313:**

Berechnen Sie folgende Determinante.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -5 \\ -1 & -1 & -3 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 314:**

Berechnen Sie folgende Determinante.

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 8 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 315:**

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie hierfür an den grau markierten Stellen Nullen. Berechnen Sie folgende Determinante.

$$D = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 316:**

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie hierfür an den grau markierten Stellen Nullen. Berechnen Sie folgende Determinante.

$$D = \begin{vmatrix} -3 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 317:**

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie hierfür an den grau markierten Stellen Nullen. Berechnen Sie folgende Determinante.

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 318:**

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie hierfür an den grau markierten Stellen Nullen. Berechnen Sie folgende Determinante.

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & -1 & 3 \\ 3 & 5 & -2 & 5 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 319:**

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie sich hierfür in einer beliebigen Zeile oder Spalte so viele Nullen wie möglich um Rechenarbeit zu sparen.

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 320:**

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie sich hierfür in einer beliebigen Zeile oder Spalte so viele Nullen wie möglich um Rechenarbeit zu sparen.

$$D = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 8 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 & 7 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 321:**

Berechnen Sie folgende Determinante.

$$D = \begin{vmatrix} 8 & 4 & 3 \\ -7 & 2 & 4 \\ -3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 322:**

Berechnen Sie folgende Determinante.

$$D = \begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 6 & 10 & 5 \\ -2 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 323:**

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie hierfür an den grau markierten Stellen Nullen. Berechnen Sie folgende Determinante.

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 7 \\ 5 & 4 & -1 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 324:**

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie hierfür eine Zeile oder eine Spalte mit zwei Nullen.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 325:**

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie sich hierfür in einer beliebigen Zeile oder Spalte so viele Nullen wie möglich um Rechenarbeit zu sparen.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 4 & -1 & -2 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 326:**

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie sich hierfür in einer beliebigen Zeile oder Spalte so viele Nullen wie möglich um Rechenarbeit zu sparen.

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 \\ 1 & -3 & 1 & 4 \\ 7 & 3 & 5 & 3 \\ -1 & -1 & -2 & 2 \end{vmatrix}$$



**Aufgabe 327:**

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie sich hierfür in einer beliebigen Zeile oder Spalte so viele Nullen wie möglich um Rechenarbeit zu sparen.

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 7 & 3 \\ 2 & 6 & 8 & 2 \\ 5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & -3 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 328:**

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie sich hierfür in einer beliebigen Zeile oder Spalte so viele Nullen wie möglich um Rechenarbeit zu sparen.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 4 & -1 & -2 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 329:**

Berechnen Sie folgende Determinante. Erzeugen Sie sich hierfür in einer beliebigen Zeile oder Spalte so viele Nullen wie möglich um Rechenarbeit zu sparen.

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 \\ 1 & -3 & 1 & 4 \\ 7 & 3 & 5 & 3 \\ -1 & -1 & -2 & 2 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 330:**

Berechnen Sie folgende Determinante.

$$D_{12} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 & -8 & -1 \\ 3 & 1 & -6 & 4 & 2 \\ 5 & 3 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 331:**

Für welche  $x \in \mathbb{R}$  ist die folgende Determinante Null?

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 4 & 2 \\ 2 & 3x-5 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & -3 & 5 \\ 0 & x-3 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

**Aufgabe 332:**

Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix.

$$\begin{pmatrix} 3 & -7 & 0 & 3 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ -3 & 8 & 2 & 9 \end{pmatrix}$$

## Lineare Gleichungssysteme

### Aufgabe 333:

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens.

$$\begin{aligned}5x - 7y &= 1 \\6x + 7y &= 32\end{aligned}$$

### Aufgabe 334:

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit Hilfe des Einsetzungsverfahrens.

$$\begin{aligned}3x + y &= 10 \\x - 3y &= -10\end{aligned}$$

### Aufgabe 335:

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit Hilfe des Additionsverfahrens.

$$\begin{aligned}5x - 6y &= 8,5 \\x + 3y &= 8\end{aligned}$$

### Aufgabe 336:

Aus 80%-iger Essigessenz (80% Essigsäure, 20% Wasser) wurde durch Zusatz von Wasser 5%-iger Essig hergestellt. Um die gleiche Menge 4%-igen Essig herzustellen, benötigte man  $25 \text{ cm}^3$  Essenz weniger. Wie viel Essigessenz enthielt die erste Mischung und wie viel Wasser wurde zugesetzt?

### Aufgabe 337:

Hans und Klara haben sich verabredet. Sie starten beide um 15 Uhr mit ihren Fahrrädern in ihren 14 km voneinander entfernten Heimatorten. Hans schafft in jeder Stunde 12, Klara 16 km. Wie weit von Hans Heimatort entfernt treffen sie sich?

**Aufgabe 338:**

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit einem Verfahren Ihrer Wahl.

$$\begin{aligned}5x + 5y + 5z &= 30 \\ -x + y - z &= -2 \\ 2x + y + 5z &= 19\end{aligned}$$

**Aufgabe 339:**

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit einem Verfahren Ihrer Wahl.

$$\begin{aligned}-2x + 3y + z &= 3 \\ 3x - y + 4z &= 21 \\ 2x + z &= 8\end{aligned}$$

**Aufgabe 340:**

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit einem Verfahren Ihrer Wahl.

$$\begin{aligned}2x - y + 2z &= 2 \\ x + 10y - 3z &= 5 \\ -x + y + z &= -3\end{aligned}$$

**Aufgabe 341:**

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit einem Verfahren Ihrer Wahl.

$$\begin{aligned}2x - 3y + z &= 7 \\ x + 2y - z &= 6 \\ 4x + 3y - 3z &= 5\end{aligned}$$

**Aufgabe 342:**

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit einem Verfahren Ihrer Wahl.

$$\begin{aligned}2x - 3y + z &= 0 \\ x + 2y - z &= 0 \\ 4x + 3y - 3z &= 0\end{aligned}$$

## Lineare Gleichungssysteme mit Parametern

### Aufgabe 343:

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit einem Verfahren Ihrer Wahl. Bestimmen Sie folgende Lösungen:

- Für welche Werte von  $a$  hat dieses LGS keine Lösung?
- Für welche Werte von  $a$  hat dieses LGS eine eindeutige Lösung?
- Für welche Werte von  $a$  hat dieses LGS unendlich viele Lösungen?

$$\begin{array}{rcl} ax & - & 2y = -8 \\ -4x & + & 4y = 5 \end{array}$$

### Aufgabe 344:

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit einem Verfahren Ihrer Wahl. Bestimmen Sie folgende Lösungen:

- Für welche Werte von  $a$  hat dieses LGS keine Lösung?
- Für welche Werte von  $a$  hat dieses LGS eine eindeutige Lösung?
- Für welche Werte von  $t$  hat dieses LGS unendlich viele Lösungen?

$$\begin{array}{rcl} x & + & 2y - z = 2 \\ & + & ay + 2z = 2 \\ 2x & + & y + z = 1 \end{array}$$

### Aufgabe 345:

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit Hilfe des

$$\begin{array}{rcl} ax & + & 4y + 5z = a \\ x & + & ay - 2z = 1 \\ 2x & + & 2ay - a^2z = a \end{array}$$

- Für welche Werte von  $a$  hat dieses LGS keine Lösung?
- Für welche Werte von  $a$  hat dieses LGS eine eindeutige Lösung?
- Für welche Werte von  $a$  hat dieses LGS unendlich viele Lösungen?

**Aufgabe 346:**

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit Hilfe des

$$\begin{array}{rclcl} 4ax & & + & z & = & 3 + 2a \\ x & + & 2y & + & az & = & 0 \\ 2x & + & 3y & + & z & = & 1 \end{array}$$

- Für welche Werte von  $a$  hat dieses LGS keine Lösung?
- Für welche Werte von  $a$  hat dieses LGS eine eindeutige Lösung?
- Für welche Werte von  $a$  hat dieses LGS unendlich viele Lösungen?

**Aufgabe 347:**

Lösen Sie folgendes Lineare Gleichungssystem mit einem Verfahren Ihrer Wahl. Bestimmen Sie folgende Lösungen:

- Für welche Werte von  $t$  hat dieses LGS keine Lösung?
- Für welche Werte von  $t$  hat dieses LGS eine eindeutige Lösung?
- Für welche Werte von  $t$  hat dieses LGS unendlich viele Lösungen?

$$\begin{array}{rclcl} x & + & (t + 2)y & + & tz & = & 1 \\ tx & + & ty & & & = & (t + 2) \\ (t + 1)x & & & - & 2z & = & (3t + 1) \end{array}$$

## Elementare Funktionen

### Verschiebung von Funktionen

#### Aufgabe 348:

Verschieben Sie die Funktion  $f(x)=x^2$  um 2 Einheiten in y-Richtung.

#### Aufgabe 349:

Verschieben Sie die Funktion  $f(x)=x^2-2x-1$  um -2 Einheiten in x-Richtung.

### Skalierung von Funktionen

#### Aufgabe 350:

Skalieren Sie die Funktion  $f(x)=x^2$  mit dem Faktor 2 und dem Faktor 0,5.

### Spiegelung von Funktionen

#### Aufgabe 351:

Spiegeln Sie die Funktion  $f(x)=x^2$  an der x-Achse.

### Verändern von Funktionsgraphen

#### Aufgabe 352:

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{2x + 5}$$

Geben Sie den Term an, der zu derjenigen Funktion gehört, deren Graph im Vergleich zum Graphen von  $f(x)$

- a) um 1 nach links verschoben ist
- b) mit dem Faktor 5 in y-Richtung gestreckt wird
- c) um 2 nach oben verschoben ist.

## Verkettung von Funktionen

### Aufgabe 353:

Gegeben sind zwei Funktionen  $f$  und  $g$  mit

$$f(x) = 2x + 1 \text{ und}$$

$$g(x) = 3x^2 - 2.$$

Berechne  $h = f \circ g$ .

### Aufgabe 354:

Gegeben sind zwei Funktionen  $f$  und  $g$  mit

$$f(x) = 2x + 1 \text{ und}$$

$$g(x) = 3x^2 - 2.$$

Berechne  $h = g \circ f$ .

## Skizzieren von Funktionen

### Aufgabe 355:

Skizzieren Sie folgende Funktion

$$f(x) = 2x^5 - x^3 + x$$

### Aufgabe 356:

Skizzieren Sie folgende Funktion

$$f(x) = x^4 + 1,5$$

### Aufgabe 357:

Skizzieren Sie folgende Funktion

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

### Aufgabe 358:

Skizzieren Sie folgende Funktion

$$f(x) = -\frac{1}{x^2}$$

### Aufgabe 359:

Skizzieren Sie folgende Funktion

$$f(x) = e^{x+2}$$



**Aufgabe 360:**

Skizzieren Sie folgende Funktion

$$f(x) = \frac{1}{e^x}$$

**Aufgabe 361:**

Skizzieren Sie folgende Funktion

$$f(x) = \ln(x + 2)$$

**Aufgabe 362:**

Skizzieren Sie folgende Funktion

$$f(x) = \frac{1}{2} \ln(x)$$

**Aufgabe 363:**

Skizzieren Sie folgende Funktion

$$f(x) = \sqrt{x + 2}$$

**Aufgabe 364:**

Skizzieren Sie folgende Funktion

$$f(x) = \sqrt{x^2}$$

**Definitionsbereich und Wertebereich****Aufgabe 365:**

Bestimmen Sie den Definitionsbereich und den Wertebereich der folgenden Funktionen.

a)  $f(x) = x^2$

b)  $f(x) = x^2 + 3$

c)  $f(x) = 3x + 1$

d)  $f(x) = x^3 + 2$

e)  $f(x) = \sqrt{x}$

f)  $f(x) = \sqrt{x+2}$

g)  $f(x) = \sqrt{x} + 2$

h)  $f(x) = \sqrt[3]{x}$

i)  $f(x) = \frac{1}{x}$

j)  $f(x) = \frac{1}{x-5}$

k)  $f(x) = \frac{2}{x+1}$

l)  $f(x) = x^2 - 3$

m)  $f(x) = \sin x$

n)  $f(x) = \cos x$

o)  $f(x) = \ln x$

p)  $f(x) = e^x$

q)  $f(x) = 3^x$

## Symmetrieeigenschaften

### Aufgabe 366:

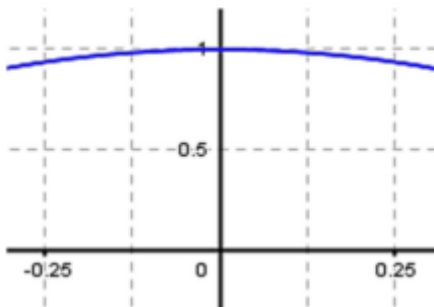
Welche der nachfolgenden Funktion ist achsensymmetrisch zur y-Achse bzw. punktsymmetrisch zum Ursprung? Bestimmen Sie dies durch Rechnung.

- a)  $f(x) = x^2$       b)  $f(x) = x^3 - 2x$       c)  $f(x) = 2x^4 - 2x^2 + 1$  |  
 d)  $f(x) = -2x^6 + 3x^2$       e)  $f(x) = x(x^4 - 3)$       f)  $f(x) = 1,5x$   
 g)  $f(x) = (x - 2)(x + 2)$       h)  $f(x) = 5x^3 + 4$       i)  $f(x) = x^2(x - 3)(x + 3)$

### Aufgabe 367:

Zu welcher der angegebenen Funktionen könnte der abgebildete Graph gehören?

- $f_1(x) = 0,1x^3 - x^2 + 1$        $f_2(x) = 0,1x^3 + x^2 + 1$   
 $f_3(x) = 0,1x^3 - x^2 + x + 1$        $f_4(x) = (x + 1)(x - 1)$   
 $f_5(x) = 0,001x^4 - x^2 + 1$        $f_6(x) = 5x^3 - x^2 + 1$



## Monotonie

### Aufgabe 368:

Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Monotonie.

- a.  $f(x) = (x - 2)^2 + 6$   
 b.  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x + 3$   
 c.  $f(x) = -4x^3 + 30x^2 - 288x + 72$   
 d.  $f(x) = x^4 - 12x^3 + 36x^2$   
 e.  $f(x) = 6x^7 - 35x^6 - 420x^5$   
 f.  $f(x) = 3x^4 + 10$

## Beschränktheit

### Aufgabe 369:

Bestimmen Sie für die Funktion  $f(x) = 0,5x^2 + 1$  eine untere Schranke.

**Umkehrfunktion****Aufgabe 370:**

Zeigen Sie, dass die Funktion  $f$  mit

$$f(x) = 2 - e^{1-x}$$

eine Umkehrfunktion besitzt.

**Aufgabe 371:**

Bilden Sie die Funktionsgleichung der jeweiligen Umkehrfunktion

a)  $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^3 + 1$

f)  $f(x) = \sqrt[5]{\frac{x}{3}} - 2$

b)  $f(x) = 3(x+2)^5 - 6$

g)  $f(x) = e^{2x} - 5$

c)  $f(x) = \frac{1}{4}(x+2)^{-1}$

h)  $f(x) = \frac{1}{3}e^{-x}$

d)  $f(x) = 3(x-1)^{-3} + 2$

i)  $f(x) = e^{2x+3} - \frac{1}{2}$

e)  $f(x) = 2\sqrt[3]{x+3} - 1$

j)  $f(x) = 2\left(e^{\frac{x}{3}-4} - 4\right)^3 - 1$

## Grenzwerte von Funktionen

### Aufgabe 372:

Berechnen Sie für folgende Funktionen die Grenzwerte (Verhalten) im Unendlichen.

(a)  $f(x) = \frac{2x-1}{x}$

(b)  $f(x) = \frac{2x-2}{x-1}$

(c)  $f(x) = \frac{2+x}{x^2}$

(d)  $f(x) = \frac{2x^3 + 2x^2 + 3x + 3}{(x^2 - x + 2) \cdot (x + 1)}$

(e)  $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{(2x-1) \cdot (2x+1)}$

(f)  $f(x) = \frac{2x^3 - 1}{x^2 - x + 2}$

(g)  $f(x) = \frac{2x^3 + 3x - 1}{3x^3 + 2x^2 - 7x - 14}$

(h)  $f(x) = \frac{7x^3 + 3x^2 - 12}{-3x^4 + 2x^2 + 17x - 4}$

### Aufgabe 373:

Bestimmen Sie die linksseitigen und die rechtsseitigen Grenzwerte folgender Funktionen.

(a)  $f(x) = \frac{7x-3}{x^2-2x+1}, x_0 = 1$

(b)  $f(x) = \frac{7x-3}{2x^2+8x}, x_0 = -4$

(c)  $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x} & \text{für } 0 < x \leq 3 \\ x-1 & \text{für } x > 3 \end{cases}, x_0 = 3$

(d)  $f(x) = \begin{cases} (x-2)^2 + 5 & \text{für } -\infty < x \leq 2 \\ 2x+1 & \text{für } x > 2 \end{cases}, x_0 = 2$

(e)  $f(x) = \begin{cases} \frac{5}{3x^2} & \text{für } -\infty < x < 0 \\ \frac{4x}{(x+1)^2} & \text{für } x \geq 0 \end{cases}, x_0 = 0$

(f)  $f(x) = \frac{7x+13}{2x^2+5x}, x_0 = -2$

(g)  $f(x) = \frac{-2x+6}{x^2-3x-3}, x_0 = 4$

### Aufgabe 374:

Bestimmen Sie die Grenzwerte der folgenden Funktionen an der Stelle  $x_0$ .

(a)  $f(x) = \frac{2x+2}{x^2-1}, x_0 = 1$

(b)  $f(x) = \frac{2x+2}{x^2-1}, x_0 = -1$

(c)  $f(x) = \frac{x^3+2}{x^2(x-1)}, x_0 = 0$

(d)  $f(x) = \frac{x+2}{x^2+2x+1}, x_0 = 2$

(e)  $f(x) = \begin{cases} 7x-4 & \text{für } x < 1 \\ (x+1)^2 - 1 & \text{für } x \geq 1 \end{cases}, x_0 = 1$

(f)  $f(x) = \begin{cases} -(x+4)^2 & \text{für } x \leq -2 \\ x^2 + 2x - 2 & \text{für } x > -2 \end{cases}, x_0 = -2$

(g)  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{\cos x}, x_0 = 0$

(h)  $f(x) = \frac{3(x^2-1)}{1+x}, x_0 = -1$

## Stetigkeit

### Aufgabe 375:

Bestimmen Sie, ob die gegebenen Funktionen stetig sind.

$$\begin{array}{ll}
 \text{(a)} \quad f(x) = \begin{cases} -x - \pi & \text{für } x < -\pi \\ \sin x & \text{für } -\pi \leq x \leq \pi \\ -x + \pi & \text{für } x > \pi \end{cases} & \text{(b)} \quad f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & \text{für } x < -1 \\ (x-1)^3 & \text{für } x \geq -1 \end{cases} \\
 \text{(c)} \quad f(x) = \begin{cases} 1+x & \text{für } x < -1 \\ x-1 & \text{für } x \geq -1 \end{cases} & \text{(d)} \quad f(x) = \begin{cases} 2+x & \text{für } x < -1 \\ 1 & \text{für } -1 \leq x \leq 1 \\ x+1 & \text{für } x > 1 \end{cases} \\
 \text{(e)} \quad f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 4x}{x+2} + 4 & : \quad x < -2 \\ (x+2)^2 & : \quad -2 \leq x \leq 1 \\ \frac{4(x^3 - x)}{x-1} + 1 & : \quad x > 1 \end{cases} & \text{(f)} \quad f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x^2} & \text{für } x < 0 \\ x+12 & \text{für } x \geq 0 \end{cases}
 \end{array}$$

### Aufgabe 376:

Gegeben ist die Funktion  $f(x)$  mit der Gleichung

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2+2x-3}$$

Untersuchen Sie diese Funktion auf Stetigkeit.

**Asymptoten****Aufgabe 377:**

Ermitteln Sie alle möglichen Asymptoten (senkrecht, waagrecht oder schief).

$$f(x) = \frac{x^2 - 8}{2x}$$

**Aufgabe 378:**

Ermitteln Sie alle möglichen Asymptoten (senkrecht, waagrecht oder schief).

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 4}$$

**Aufgabe 379:**

Bestimmen Sie alle senkrechten, waagrechten und schiefen Asymptoten der folgenden Funktion.

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$$

**Aufgabe 380:**

Bestimmen Sie alle senkrechten, waagrechten und schiefen Asymptoten der folgenden Funktion.

$$f(x) = \frac{x^2}{(x - 2)^2}$$

**Aufgabe 381:**

Bestimmen Sie von der folgenden Funktion  $f(x)$  die senkrechte und die waagrechte Asymptote.

$$f(x) = \frac{2x - 4}{x + 3}$$

**Aufgabe 382:**

Bestimmen Sie von der folgenden Funktion  $f(x)$  die senkrechte und die waagrechte Asymptote.

$$f(x) = \frac{4 - x}{x + 1}$$

**Aufgabe 383:**

Bestimmen Sie von der folgenden Funktion  $f(x)$  die senkrechte und die waagrechte Asymptote.

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x^2 - 4x + 4}$$

**Aufgabe 384:**

Bestimmen Sie von der folgenden Funktion  $f(x)$  die senkrechte und die schiefe Asymptote.

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^2 + 2x + 1}$$

**Aufgabe 385:**

Bestimmen Sie alle senkrechten, waagrecht und schiefen Asymptoten der folgenden Funktion.

$$f(x) = \frac{1}{x + 4} + 3$$

**Aufgabe 386:**

Bestimmen Sie alle senkrechten und waagrecht und Asymptoten der folgenden Funktion.

$$f(x) = 2^{-x}$$

**Aufgabe 387:**

Bestimmen Sie alle senkrechten, waagrecht und schiefen Asymptoten der folgenden Funktion.

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x - 1}$$



## Differentialrechnung

### Ableitungen

#### Aufgabe 388:

Berechnen Sie jeweils zwei Ableitungen.

$$(a) f(x) = \frac{3x - 5}{2x}$$

$$(b) f(x) = \frac{x^2 - 8}{3x}$$

$$(c) f(x) = \frac{4x^2 - 9}{x^3}$$

$$(d) f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + 4}{8x^2}$$

$$(e) f(x) = \frac{(x+2)^2}{x^3}$$

$$(f) f(x) = \frac{4x+2}{10x^2}$$

#### Aufgabe 389:

Berechnen Sie jeweils zwei Ableitungen.

$$(a) f(x) = \frac{3}{4-x}$$

$$(b) f(x) = \frac{24}{x^2-4}$$

$$(c) f(x) = \frac{-8}{(x+3)^2}$$

$$(d) f(x) = \frac{-18}{(x^2-9x)^2}$$

#### Aufgabe 390:

Berechnen Sie jeweils zwei Ableitungen.

$$(a) f(x) = \frac{x}{x+1}$$

$$(b) f(x) = \frac{16x}{x^2+8}$$

$$(c) f(x) = \frac{x^2-1}{x+2}$$

$$(d) f(x) = \frac{x^2-a^2}{x^2+a^2}$$

$$(e) f(x) = \frac{2x+3}{(x+1)^2}$$

$$(f) f(x) = \frac{4x+8}{x^2+t}$$

$$(g) f(x) = \frac{t^2-x^2}{x-2t}$$

$$(h) f(x) = \frac{x^2}{(x+t)^2}$$

$$(i) f(x) = \frac{x^3}{x+2}$$

$$(j) f(x) = \frac{x^3}{x^2+4}$$

$$(k) f(x) = \frac{3x^3-3x}{x^2+4}$$

$$(l) f(x) = \frac{x^3-8}{(x+1)^2}$$

**Ableitungen von Wurzelfunktionen****Aufgabe 391:**

Berechnen Sie jeweils die ersten beiden Ableitungen der folgenden Funktionen.

(1)  $f(x) = \frac{3-x}{\sqrt{x}}$

(2)  $f(x) = \frac{x^2-4}{\sqrt{x}}$

(3)  $f(x) = \frac{x-\sqrt{x}}{2x}$

(4)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}-2}{x}$

(5)  $f(x) = \frac{4-\sqrt{x}}{x^2}$

(6)  $f(x) = \sqrt{4-3x^2}$

(7)  $f(x) = \sqrt{x^2+4x}$

(8)  $f(x) = x\sqrt{x^2+25}$

(9)  $f(x) = \frac{4}{\sqrt{2-x}}$

(10)  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x-2}}$

(11)  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+4}}$

(12)  $f(x) = \frac{4x}{\sqrt{x^2+8}}$

(13)  $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-4}}$

(14)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$

**Ableitungen von Exponentialfunktionen**
**Aufgabe 392:**

Leiten Sie folgende Funktionen dreimal ab.

a)  $f(x) = 4e^{2x}$

b)  $f(x) = e^{x+3}$

c)  $f(x) = e^{2-3x}$

d)  $f(x) = 2e^{-x-1}$

e)  $f(x) = x + e^{-\frac{1}{2}x}$

f)  $f(x) = x^2 - e^{-x}$

**Aufgabe 393:**

Leiten Sie folgende Funktionen dreimal ab.

a)  $f(x) = x \cdot e^{-x}$

b)  $f(x) = x \cdot e^{2-x}$

c)  $f(x) = (x+2) \cdot e^x$

d)  $f(x) = (1-x) \cdot e^{-\frac{1}{2}x}$

e)  $f(x) = \frac{e^x + x}{e^{2x}}$

f)  $f_t(x) = tx \cdot e^{\frac{1}{2}x-1}$

g)  $f_k(x) = \frac{1}{k}x \cdot e^{-kx}$

h)  $f_t(x) = (x^2 - t^2) \cdot e^{-x}$

**Aufgabe 394:**

Leiten Sie folgende Funktionen zweimal ab.

a)  $f(x) = \frac{e^x}{x}$

b)  $f(x) = \frac{e^{-x}}{x+1}$

c)  $f(x) = \frac{1-e^x}{2x}$

d)  $f_t(x) = \frac{e^{-x}}{t-e^{-x}}$

e)  $f(x) = 2 - \frac{4}{e^{2x}-1}$

f)  $f_t(x) = \frac{e^x - t}{e^x + t}$

g)  $f(x) = \frac{e^x}{2-e^x}$

h)  $f(x) = \frac{e^{2x}-4}{e^x}$

## Ableitungen von Logarithmusfunktionen

### Aufgabe 395:

Berechnen Sie von folgenden Funktionen zwei Ableitungen.

a)  $f(x) = \ln(x - 2)$

b)  $f(x) = \ln(2 - x)$

c)  $f(x) = x + \ln x$

d)  $f(x) = \ln(4x)$

e)  $f(x) = \ln \frac{x}{2}$

f)  $f(x) = 4 \cdot \ln\left(\frac{1}{4}x\right)$

g)  $f(x) = \ln(2x) - \frac{1}{2}x$

h)  $f(x) = x^2 - \ln(1 - 4x)$

### Aufgabe 396:

Berechnen Sie von folgenden Funktionen zwei Ableitungen.

a)  $f(x) = \ln(6x - x^2)$

b)  $f(x) = \ln(x^2 - 16)$

c)  $f(x) = \ln x(x - a)$

d)  $f(x) = \ln \frac{x}{t}(4 - x)$

### Aufgabe 397:

Berechnen Sie von folgenden Funktionen zwei Ableitungen.

a)  $f(x) = \ln \frac{x+1}{x-1}$

b)  $f(x) = \ln \frac{2-x}{x+4}$

c)  $f(x) = \ln \frac{4x-1}{x}$

d)  $f(x) = \ln \frac{x^2-4}{x^2}$

### Aufgabe 398:

Berechnen Sie von folgenden Funktionen zwei Ableitungen.

a)  $f(x) = x \cdot \ln(x - 4)$

b)  $f(x) = (x - 2) \cdot \ln x$

c)  $f(x) = x^2 \cdot \ln x$

d)  $f(x) = \frac{x}{t} \cdot \ln(tx)$

### Aufgabe 399:

Berechnen Sie von folgenden Funktionen zwei Ableitungen.

a)  $f(x) = \frac{2 - \ln x}{x}$

b)  $f(x) = \frac{a + \ln x}{2x}$

c)  $f(x) = (\ln x)^2$

d)  $f(x) = [\ln(x + 2)]^2$

e)  $f(x) = (\ln x - 1)^2$

f)  $f(x) = 4\sqrt{a - \ln x}$

## Kurvendiskussion

### Aufgabe 400:

Ermitteln Sie zu folgende Aufgaben jeweils die Definitionsmenge, Symmetrieverhalten, Schnittpunkte mit den Achsen, Extremwerte, Wendepunkte und Asymptoten.

$$f(x) = \frac{4}{x-2}$$

$$f(x) = \frac{2x}{x^2-4}$$

$$f(x) = \frac{8}{x^2-4}$$

$$f(x) = \frac{5}{(x-2)^2}$$

### Aufgabe 401:

Ermitteln Sie zu folgende Aufgaben jeweils die Definitionsmenge, Symmetrieverhalten, Schnittpunkte mit den Achsen, Extremwerte, Wendepunkte und Asymptoten.

$$(7) \quad f(x) = 3 - \frac{3}{x} + \frac{6}{x^2}$$

$$(8) \quad f(x) = \frac{4x+2}{2-x}$$

$$(9) \quad f(x) = \frac{x^2-4}{(x-1)^2}$$

$$(10) \quad f(x) = \frac{x^2+x-6}{x^2-4}$$

$$(11) \quad f(x) = \frac{x^2+4}{x^2-4x}$$

$$(12) \quad f(x) = \frac{16-4x^2}{x^2+16}$$

### Aufgabe 402:

Bestimmen Sie den Definitionsbereich, die Nullstellen und eventuell vorhandene Asymptoten. Berechnen Sie zwei Ableitungen und stelle fest, ob eine senkrechte Tangente vorliegt.

$$a) \quad f(x) = \sqrt{8-x}$$

$$b) \quad f(x) = 2 - \sqrt{\frac{1}{2}x+1}$$

$$c) \quad f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{5-x}$$

$$d) \quad f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{5-x}$$

$$e) \quad f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{-x-3}$$

**Aufgabe 403:**

Es ist folgende Funktion gegeben:  $f(x) = \frac{1}{2}x - 1 + e^{-x}$

K sei das Schaubild von f. K hat zwei Schnittpunkte mit der x-Achse. Einer davon läßt sich berechnen. Begründe, warum es einen zweiten geben muss.

Welchen Extrempunkt hat K ? Zeige daß seine y-Koordinate  $y_E = \ln \sqrt{\frac{2}{e}}$  ist

Welche Asymptote hat die Kurve K ?

Warum hat K keine Wendepunkte ?

Zeichne das Schaubild K für  $-3 \leq x \leq 10$ .

**Aufgabe 404:**

Untersuche die folgenden Funktionen bzw. ihre Schaubilder auf

Definitionsbereich,  
 Randwerte,  
 senkrechte Asymptoten,  
 Nullstellen,  
 2 Ableitungen,  
 Extrem- und Wendepunkte.

a)

$$f(x) = \ln\left(4 - \frac{1}{2}x\right)$$

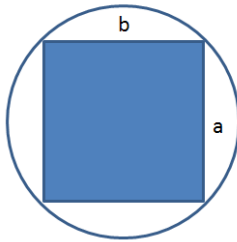
b)

$$f(x) = \ln\left(\frac{1}{t}x - t\right) \quad \text{für } t > 0$$

## Extremwertaufgaben

### Aufgabe 405:

Aus einem Baumstamm, der einen durchgängig gleich großen kreisförmigen Querschnitt hat, soll ein Balken mit rechteckigem Querschnitt von möglichst großer Tragfähigkeit herausgeschnitten werden. Die Tragfähigkeit ist proportional zur Balkenbreite ( $b$ ) und zum Quadrat der Balkendicke ( $a$ ). In welchem Verhältnis müssen Dicke und Breite des Balkens zueinanderstehen?

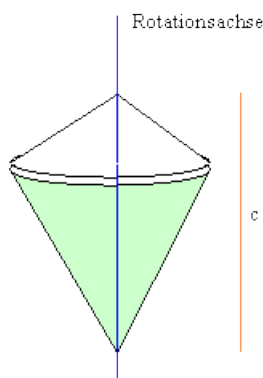


### Aufgabe 406:

Aus einem Stück Draht, das 36 cm lang ist, soll eine "Säule" mit quadratischem Grundriss geformt werden. Welches ist das maximal mögliche Volumen der Säule?

### Aufgabe 407:

Welches rechtwinkelige Dreieck mit der Hypotenuse  $c=6$  cm erzeugt einen Doppelkegel größten Volumens, wenn man es um die Hypotenuse dreht?



**Aufgabe 408:**

Die Funktion

$$f(x) = -a \cdot x^2 + b$$

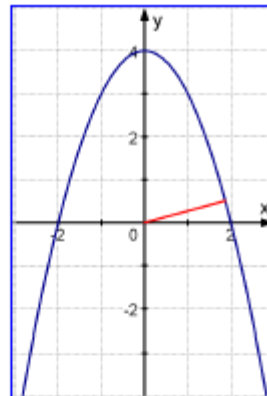
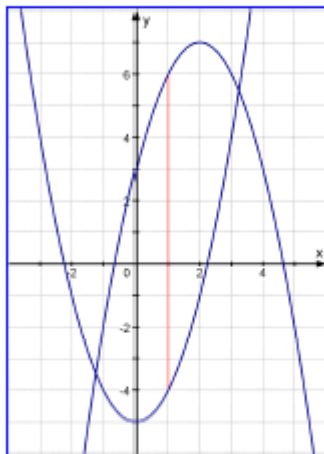
schließt im ersten Quadranten ein Rechteck mit der x und y Achse ein.

Für welches x wird der Flächeninhalt maximal?

**Aufgabe 409:**
**Aufgabe 1**

 Gegeben ist die Parabel als Schaubild der Funktion  $f(x) = 4 - x^2$ .

Welcher Punkt P dieser Parabel hat vom Ursprung die kürzeste Entfernung?


**Aufgabe 2**

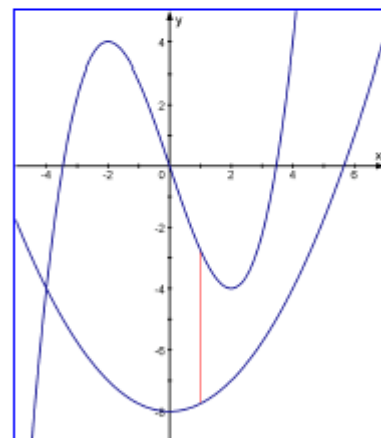
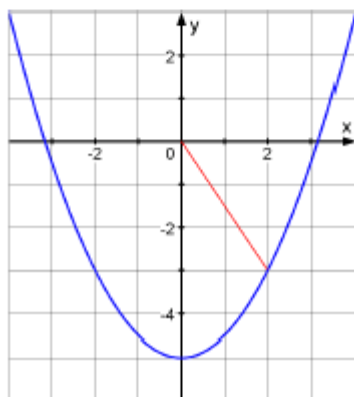
 Gegeben sind die Funktionen f und g durch:  
 $f(x) = x^2 - 5$  und  $g(x) = -x^2 + 4x + 3$ 

 Die Gerade h:  $x = u$  schneidet die von den beiden Parabeln begrenzte Fläche.  
 Für welches u ist die Sehne am längsten?

**Aufgabe 3**

 Gegeben sind die Funktionen  
 $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 3x$  und  $g(x) = \frac{1}{4}x^2 - 8$ 

 Die Gerade mit der Gleichung  $x = u$   
 mit  $u > -4$  schneidet die beiden  
 Schaubilder in P und Q.

 Für welches u nimmt die Länge der  
 Strecke PQ einen Extremwert an?

**Aufgabe 4**

 Bestimme die Punkte P ( u | v ) der Parabel  
 mit der Gleichung  $y = \frac{1}{2}x^2 - 5$ , deren  
 Abstand zum Ursprung einen Extremwert  
 annimmt.



## Newton'sches Iterationsverfahren

### Aufgabe 410:

Berechnen Sie mit Hilfe eines Näherungsverfahrens alle Nullstellen.

$$f(x) = x^3 - 5x^2 - 4x + 2$$

### Aufgabe 411:

Berechnen Sie mit Hilfe eines Näherungsverfahrens alle Nullstellen.

$$f(x) = \ln(x^4 + 5x^3 - 5)$$

### Aufgabe 412:

Bestimme  $\pi$  mit Hilfe des Newton-Verfahrens auf vier Dezimalstellen genau.

### Aufgabe 413:

Berechnen Sie mit Hilfe eines Näherungsverfahrens alle Nullstellen.

a)  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x - 3; I = [3;4]$

b)  $f(x) = x^3 - x^2 - 8x - 7; I = [3;4]$

c)  $f(x) = x^5 - 3x^3 + 5; I = [-2;-1,5]$

d)  $f(x) = x^5 + x^3 - 4; I = [1;2]$

## Integralrechnung

### Bestimmtes und unbestimmtes Integral

#### Aufgabe 414:

$$(1) \quad \int (3x + 1) dx$$

$$(2) \quad \int (x^2 - 2x - 5) dx$$

$$(3) \quad \int \left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right) dx$$

$$(4) \quad \int \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 2\right) dx$$

$$(5) \quad \int \left(2x^4 - x^3 + 2x^2 - \frac{1}{2}x + 5\right) dx$$

$$(6) \quad \int \left(-\frac{1}{8}x^4 + 4x^3 - 5x^2 + 3x - 7\right) dx$$

Bestimme C so, dass das Schaubild der Stammfunktion F zu f durch den Punkt P geht:

$$(7) \quad f(x) = x^2 - 1 \quad P(3 | -1)$$

$$(8) \quad f(x) = x^3 - 2x \quad P(1 | 0)$$

$$(9) \quad f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + 2x - 4 \quad P(0 | 8)$$

#### Aufgabe 415:

Berechnen Sie folgende Integrale:

$$(1) \quad \int \frac{3}{x^2} dx$$

$$(2) \quad \int \frac{4}{x} dx$$

$$(3) \quad \int \frac{1}{2x^3} dx$$

$$(4) \quad \int \frac{2x^2 - 1}{x^2} dx$$

$$(5) \quad \int \frac{x - 2}{x^2} dx$$

$$(6) \quad \int \frac{x^2 - 9}{x} dx$$

$$(7) \quad \int \frac{(x - 2)^2}{4x} dx$$

$$(8) \quad \int \frac{x^3 - 8}{2x^2} dx$$

$$(9) \quad \int \frac{x^3 - 8}{4x} dx$$

$$(10) \quad \int \frac{x^2 + 3x - 2}{4x} dx$$

$$(11) \quad \int \frac{x^4 - 8x^2 + 6}{12x^2} dx$$

$$(12) \quad \int \frac{x^2 - 3}{x^3} dx$$

$$(13) \quad \int \frac{x^4 + x^2 - 2}{4x^3} dx$$

$$(14) \quad \int \frac{(x^2 + 1)^2}{2x^3} dx$$

$$(15) \quad \int \frac{x^3 + 2x^2 - 5x + 2}{3x^2} dx$$

**Aufgabe 416:**

Berechnen Sie folgende Integrale:

(22)  $\int \frac{2x}{(x+1)^2} dx$

(23)  $\int \frac{x^2}{(4-x)^2} dx$

(24)  $\int \frac{x^2 + x - 1}{(2x+4)^2} dx$

(25)  $\int \frac{x}{x-1} dx$

(26)  $\int \frac{2-x}{4x+1} dx$

(27)  $\int \frac{(x+2)^2}{2-x} dx$

**Aufgabe 417:**

Berechnen Sie folgende Integrale:

$\int \frac{16x}{x^2 + 12} dx$

(29)  $\int \frac{2x}{(x^2 - 4)^2} dx$

(30)  $\int \frac{x+1}{x^2 + 2x} dx$

**Aufgabe 418:**

Berechnen Sie folgende Integrale:

(1)  $\int_1^{25} \frac{3}{x\sqrt{x}} dx$

(2)  $\int_1^4 \frac{4-x}{\sqrt{x}} dx$

(3)  $\int_1^9 \frac{2x - \sqrt{x}}{x} dx$

(4)  $\int_1^4 (\sqrt{x} - 2)^2 dx$

(5)  $\int_{-6}^0 \sqrt{4-2x} dx$

(6)  $\int_0^2 \frac{8}{\sqrt{4x+1}} dx$

(7)  $\int_{-3}^0 (2 - \sqrt{1-x}) dx$

(8)  $\int_{-1}^1 (\sqrt{x+1} + \sqrt{1-x}) dx$

(9)  $\int_0^{4t} x\sqrt{\frac{x}{t}} dx$

(10)  $\int_4^{10} \sqrt{\frac{x-2}{2}} dx$

**Aufgabe 419:**

Berechnen Sie folgende Integrale:

$$(11) \int_{-1}^3 x\sqrt{x+1} dx$$

$$(12) \int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$$

$$(13) \int_1^4 \frac{2x+1}{\sqrt{5-x}} dx$$

$$(14) \int_0^4 2x \cdot \sqrt{4-x} dx$$

$$(15) \int_0^r 2x\sqrt{x^2+5} dx$$

$$(16) \int_0^2 \frac{2x}{\sqrt{x^2+5}} dx$$

$$(17) \int_3^5 x\sqrt{x^2-4} dx$$

$$(18) \int_{\sqrt{5}}^{\sqrt{8}} \frac{x}{\sqrt{x^2-4}} dx$$

**Aufgabe 420:**

Berechnen Sie folgende Integrale:

$$(1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(2x) dx$$

$$(2) \int_0^{\frac{3}{2}\pi} \cos \frac{x}{3} dx$$

$$(3) \int_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{4}{3}\pi} 3 \sin(x - \frac{1}{3}\pi) dx$$

$$(4) \int_{2-\frac{\pi}{2}}^2 2 \cos(2-x) dx$$

$$(5) \int_0^{\frac{3}{8}\pi} \sin(2x + \frac{\pi}{4}) dx$$

$$(6) \int_0^{2\pi-2} (1 + \cos(\frac{x}{2} + 1)) dx$$

$$(7) \int_0^2 (x + \sin(1-x)) dx$$

$$(8) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{7}{4}\pi} (2 - 2 \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - x)) dx$$

**Aufgabe 421:**

Berechne die Flächen zwischen der Kurve und der x-Achse.

- (1)  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 3x^2 + 9$
- (2)  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2$
- (3)  $f(x) = -x^3 + x^2 + 5x + 3$
- (4)  $f_t(x) = \frac{1}{4}x^3 - 2tx^2 + 4t^2x$

**Aufgabe 422:**

Berechne Sie folgende Flächen:

- (5)  $f(x) = \frac{2}{x^2}$  Fläche  $A(r)$  zwischen K, der x-Achse und den Geraden  $x = 1$  und  $x = r$ . Berechne auch  $\lim_{r \rightarrow \infty} A(r)$ .
- (6)  $f(x) = \frac{x-2}{x}$  Fläche zwischen K, der x-Achse und der Geraden  $x = 6$
- (7)  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2}$  Fläche zwischen K, der x-Achse und der Geraden  $x = 5$  sowie zwischen K, der x-Achse und  $x = -6$
- (8)  $f(x) = \frac{16x}{x^2 + 4}$  Fläche zwischen K, der x-Achse und der Geraden  $x = 6$

**Aufgabe 423:**

Berechnen Sie folgende Flächen:

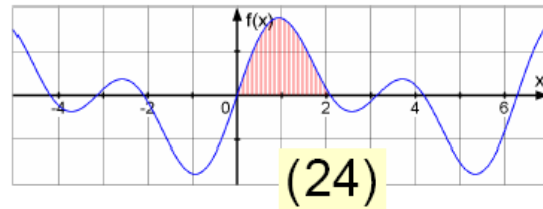
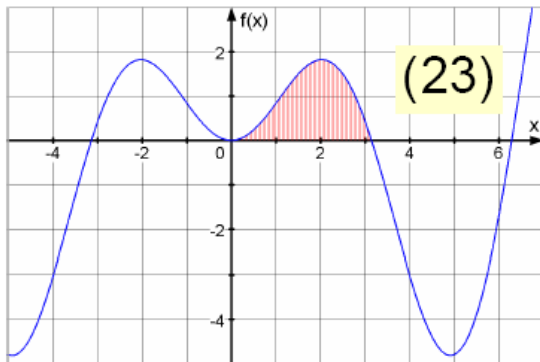
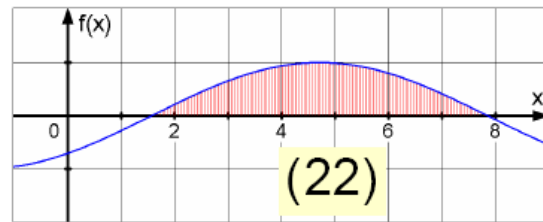
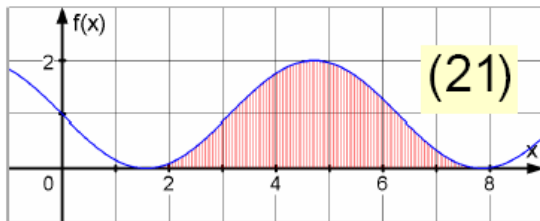
- (9)  $f(x) = \sqrt{4-x}$  Fläche zwischen der Kurve und den Koordinatenachsen.
- (10)  $f(x) = x\sqrt{6-x}$  Fläche zwischen der Kurve und der x-Achse.
- (11)  $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+4}}$  Fläche zwischen K, der x-Achse und  $x = 5$ .
- (12)  $f(x) = (9-x^2) \cdot \sqrt{x}$  Fläche zwischen der Kurve und der x-Achse

**Aufgabe 424:**

- (17)  $f(x) = \ln(6-x)$  Fläche zwischen K und den Achsen.
- (18)  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2 - \ln(x+1)$  Fläche zwischen K, den Achsen und  $x = 3$
- (19)  $f(x) = \ln(x^2)$  Fläche zwischen K, der x-Achse und  $x = 3$
- (20)  $f(x) = \frac{2+4 \cdot \ln x}{x}$  Fläche zwischen K, der x-Achse und  $x = e^2$

**Aufgabe 425:**

- (21)  $f(x) = 1 - \sin x$  Fläche siehe Abbildung.  
 (22)  $f(x) = -\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$  Fläche siehe Abbildung.  
 (23)  $f(x) = x \cdot \sin x$  Fläche siehe Abbildung.  
 (24)  $f(x) = \sin x + \sin(2x)$  Fläche siehe Abbildung.


**Aufgabe 426:**

(11)  $f(x) = \frac{\ln x^2}{x^2}$ ,

Zeige, daß das Schaubild K zusammen mit der x-Achse im 1. Feld eine bis ins Unendliche reichende Fläche mit endlichem Inhalt begrenzt.

**Aufgabe 427:**

Berechnen Sie folgendes Integral:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^x \cdot \cos x \, dx$$

**Aufgabe 428:**

Berechnen Sie folgendes Integral:

$$\int_0^{\pi/2} e^{-x} \cdot \sin 2x \, dx$$

**Aufgabe 429:**

Berechnen Sie folgendes Integral:

$$\int_{\sqrt{3}}^5 \frac{x^2 - 3}{x^3 - x} dx$$

**Aufgabe 430:**

Berechnen Sie folgende Integrale.

(1) 
$$\int_2^4 \frac{4x}{x^2 - 1} dx$$

(2) 
$$\int_2^0 \frac{4}{x^2 - 2x - 8} dx$$

(3) 
$$\int_{-3}^{-1} \frac{2-x}{x^2 + 4x} dx$$

**Aufgabe 431:**Berechnen Sie die Stammfunktion  $F(x)$  von  $f(x)$ .

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^3 - 8x^2 + 16x}$$

**Aufgabe 432:**Berechnen Sie die Stammfunktion  $F(x)$  von  $f(x)$ .

$$f(x) = \frac{x^3 - 8}{x^3 - 3x^2}$$

**Aufgabe 433:**

Berechnen Sie folgende Integrale:

(1) 
$$\int_2^5 \frac{x^2 - 4}{(x+1)^2} dx$$

(2) 
$$\int_0^5 \frac{x}{\sqrt{6-x}} dx$$

(3) 
$$\int_0^4 2x \cdot e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

(4) 
$$\int_{-1}^0 4x^2 \cdot \ln(x+2) dx$$

**Aufgabe 434:**

Für  $k > 0$  ist die Funktion  $f_k$  gegeben durch  $f_k(x) = k(-x^3 + 3x + 4)$ .

Bestimme  $k$  so, dass der Graph von  $f_k$  mit der Tangente im Hochpunkt eine Fläche mit dem Inhalt von 45 einschließt.

**Aufgabe 435:**

Gegeben ist folgende Funktion:  $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x-1)^2}$

a) (10) Die Kurve und die  $x$ -Achse und die Geraden  $x=2$  und  $x=4$  begrenzen eine Fläche. Berechnen Sie deren Inhalt  $A_1$ .

b) (5) Die Kurve und die  $x$ -Achse und die Geraden  $x=0$  und  $x=-2$  begrenzen eine Fläche. Berechnen Sie deren Inhalt  $A_2$ .

**Aufgabe 436:**

Lösen Sie folgendes Integral auf rechnerischen Weg (ohne Tafelwerk):

$$\int_{-1}^0 4x^2 \cdot \ln(x+2) dx$$

**Aufgabe 437:**

Das folgende Integral soll berechnet werden. (Nicht aus der Formelsammlung ablesen).

$$A = \int_{-4}^{-1} \frac{x^3 - 8}{x^3 - 3x^2} dx$$

**Aufgabe 438:**

Berechnen Sie folgendes Integral. (Der Rechenweg muss erkennbar sein)

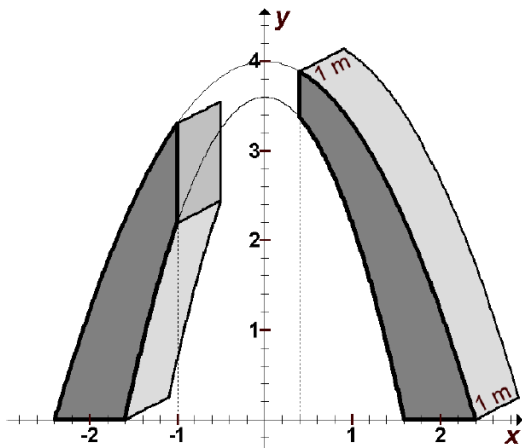
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cdot \cos(x) dx$$



**Aufgabe 439:**

Das neue Eingangs-Logo der Fußballweltmeisterschaft in Brasilien soll als Skulptur aus zwei Bögen auf einer Wiese vor dem Haupteingang errichtet werden. Um eine bessere Berechnung zu ermöglichen sind die gekrümmten Linien  $y$ -achsensymmetrische Parabeln zweiter Ordnung. Die Längeneinheit des Koordinatensystems, in dem die Vorflächen liegen, beträgt 1m.

- a) (5) Ermitteln Sie anhand der Abbildung die Gleichungen der Parabeln.
- b) (5) Berechnen Sie die dunkelgrau dargestellte Vorfläche der beiden Bögen. Die Skulptur soll aus Beton gefertigt werden und 1m breit sein. Berechnen Sie die Masse der beiden Bögen (1 dm<sup>3</sup> Beton wiegt 2,4 kg)



Lösung:

## Rotationsvolumen

### Aufgabe 440:

Die Funktion  $f(x) = x^2 + 1$  rotiert in den Grenzen  $x=1$  und  $x=2$  um die  $x$ -Achse. Berechnen Sie das entstehende Volumen.

### Aufgabe 441:

Die Gerade  $y = \frac{2}{3}x + 2$  rotiert in den Grenzen  $x=-3$  bis  $x=2$  um die  $x$ -Achse. Berechnen Sie das entstehende Volumen.

### Aufgabe 442:

Das Schaubild der Funktion  $f(x) = \frac{x}{3}\sqrt{9-x}$

### Aufgabe 443:

Die Parabel  $f(x) = x^2 - 5x + 1$  und die Gerade  $y=1$  begrenzen ein Parabelsegment. Dreht man dieses um die Gerade  $g: y=1$ , entsteht ein Drehkörper. Berechne Sie dessen Volumen.

### Aufgabe 444:

Die Fläche zwischen  $K$ , der  $x$ -Achse und  $x=4$  rotiere um die  $x$ -Achse.  $f(x) = x \cdot e^{1-x}$

## Vektoralgebra

### Aufgabe 445:

Berechnen Sie die Länge des Vektors.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

### Aufgabe 446:

Berechnen Sie den Richtungswinkel des folgenden Vektors zu der x-Achse.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

### Aufgabe 447:

Berechnen Sie den Richtungswinkel des folgenden Vektors zu der y-Achse.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

### Aufgabe 448:

Führen Sie folgende Vektoraddition durch.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

### Aufgabe 449:

Führen Sie folgende Vektorsubtraktion durch.

$$\left( \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} \right) - \left( \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \end{pmatrix} \right)$$

### Aufgabe 450:

Führen Sie folgende Skalare Multiplikation durch.

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

### Aufgabe 451:

Gegeben sind folgende Vektoren.

$$\vec{a} = (4|1|-1), \quad \vec{b} = (1|0|2), \quad \vec{c} = (-2|2|3) \quad \text{und} \quad \vec{d} = (-1|1|0)$$

Berechnen Sie folgende Linearkombinationen.

$$\begin{aligned} \vec{x}_1 &= 5\vec{a} - 3\vec{c}, & \vec{x}_2 &= \vec{a} - \vec{b} + 5\vec{c}, & \vec{x}_3 &= 10\vec{a} - 5\vec{b} - 7\vec{c} + 3\vec{d} \\ \vec{x}_4 &= \frac{3}{4}\vec{c}, & \vec{x}_5 &= 4\vec{d} - 2\vec{a} + 3\vec{b}, & \vec{x}_6 &= \vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c} - 4\vec{d}. \end{aligned}$$

**Aufgabe 452:**

Stelle den Vektor  $\vec{x}$  als Linearkombination von  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  und  $\vec{c}$  dar.

- $\vec{x} = (5|5|-8)$ ,  $\vec{a} = (4|1|-1)$ ,  $\vec{b} = (3|2|4)$ ,  $\vec{c} = (1|0|-3)$
- $\vec{x} = (7|5|-3)$ ,  $\vec{a} = (1|1|0)$ ,  $\vec{b} = (0|1|1)$ ,  $\vec{c} = (1|0|1)$
- $\vec{x} = (7|6|-2)$ ,  $\vec{a} = (8|4|-2)$ ,  $\vec{b} = (6|-9|12)$ ,  $\vec{c} = (5|1|3)$
- $\vec{x} = (4|-2|0)$ ,  $\vec{a} = (1|-2|-3)$ ,  $\vec{b} = (1|1|2)$ ,  $\vec{c} = (1|-1|-1)$
- $\vec{x} = (4|0|3)$ ,  $\vec{a} = (1|-2|-3)$ ,  $\vec{b} = (2|1|2)$ ,  $\vec{c} = (1|3|4)$

**Aufgabe 453:**

Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a} = (-2|1|4)$ ,  $\vec{b} = (3|2|-2)$ .

Lassen sich die folgenden Vektoren als Linearkombination von  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  darstellen?

$$\vec{x}_1 = (6|1|4), \quad \vec{x}_2 = (3|-1,5|-6) \quad \text{und} \quad \vec{x}_3 = (-17|-2|22)$$

**Aufgabe 454:**

$\vec{a} = (1|4|3|1)$ ,  $\vec{b} = (2|1|3|-2)$ ,  $\vec{c} = (-1|4|2|0)$ ,  $\vec{d} = (0|7|3|4)$ ,  $\vec{e} = (1|13|8|-1)$

- Zeige, daß  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  und  $\vec{c}$  linear unabhängig sind.
- Zeige, daß man  $\vec{d}$  als Linearkombination aus  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  und  $\vec{c}$  erzeugen kann. Wie?
- Zeige, daß man  $\vec{e}$  nicht als Linearkombination aus  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  und  $\vec{c}$  erzeugen kann.

**Aufgabe 455:**

$\vec{a} = (-2|1|0)$ ,  $\vec{b} = (1|2|1)$ ,  $\vec{c} = (0|5|2)$ ,  $\vec{d} = (-3|-1|-1)$

- Zeige, daß  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  und  $\vec{c}$  linear abhängig sind.
- Stelle  $\vec{d}$  auf beliebige viele Arten durch  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  und  $\vec{c}$  dar.

**Aufgabe 456:**

Berechnen Sie folgende Skalarprodukte:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = ? & \text{b) } & \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} = ? & \text{c) } & \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = ? \\ \text{d) } & \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = ? & \text{e) } & \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = ? & \text{f) } & \begin{pmatrix} t \\ 1 \\ 2t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t+1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = ? \end{aligned}$$

**Aufgabe 457:**

Lösen Sie folgende Gleichungen:

a)  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ t \\ 2t \end{pmatrix} = 16$       b)  $\begin{pmatrix} k \\ 2k \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k+1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$       c)  $\begin{pmatrix} 3k \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k \\ 2k \\ -1 \end{pmatrix} = 0$

d)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] = 0$       e)  $\left[ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} \right]^2 = 16$  (nur umformen)

**Aufgabe 458:**

Welche Vektoren  $\vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$  haben mit  $\vec{u}$  das Produkt 0 ?

a)  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$     b)  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}$     c)  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$

Welche Vektoren  $\vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$  haben mit  $\vec{u}$  **und** mit  $\vec{v}$  das Produkt 0 ?

d)  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix},$     e)  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

**Aufgabe 459:**

Berechnen Sie den Winkel zwischen zwei Vektoren.

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{v} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 460:**

Bestimmen Sie die Projektion des Vektors  $\vec{u}$  in Richtung des Vektors  $\vec{s}$ .

a)  $\vec{u} = (2, 2, -1)$

1)  $\vec{s} = (-1, 1, -1),$     2)  $\vec{s} = (1, 1, -1),$     3)  $\vec{s} = (1, 1, 1)$

b)  $\vec{u} = (2, -2, 1)$

1)  $\vec{s} = (1, 0, 2),$     2)  $\vec{s} = (0, 2, 1),$     3)  $\vec{s} = (1, -2, 0)$

**Aufgabe 461:**

Wie groß ist der Winkel  $\beta$  zwischen dem Vektor  $\vec{a}$  und der y-Achse.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 462:**

Berechnen Sie sowohl das Vektorprodukt, wie auch das Skalarprodukt folgender Vektoren:

$$(a) \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -5 \end{pmatrix}, \quad (b) \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$(c) \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \quad (d) \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ -1 \\ \frac{5}{6} \end{pmatrix}; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ -12 \\ 10 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 463:**

Berechnen Sie die Fläche des Parallelogramms welches durch die Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  aufgespannt wird.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ +5 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ +2 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 464:**

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks, welches durch die Punkte A, B und C festgelegt ist.

$$A(3 \mid 1 \mid 1), \quad B(4 \mid -1 \mid -1), \quad C(3 \mid -1 \mid 0)$$

**Aufgabe 465:**

Berechnen Sie das Volumen des von den Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$  aufgespannten Spats.

**Aufgabe 466:**

Gegeben sind zwei Punkte A(4|3|7) und B(6|4|5). Stellen Sie eine Gleichung der Geraden g auf, auf der die Punkte A und B liegen.

**Aufgabe 467:**

Gegeben sind zwei Punkte A(2|3|45) und B(5|6|7). Stellen Sie eine Gleichung der Geraden g auf, auf der die Punkte A und B liegen.

**Aufgabe 468:**

Wie lautet der Punkt für  $s=2$  der auf der Geraden liegt:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 469:**

Stellen sie aus den Punkten  $A(3|6|6)$ ,  $B(1|6|6)$  und  $C(7|1|2)$  eine Gleichung der Ebene  $E$  in Parameterform auf:

**Aufgabe 470:**

Stellen sie aus den Punkten  $A(1|8|-5)$ ,  $B(1|-4|-6)$  und dem Richtungsvektor  $\vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$  eine Gleichung der Ebene  $E$  in Parameterform auf:

**Aufgabe 471:**

Gegeben ist eine Ebene  $E$  durch ihre Gleichung. Liegt ein gegebener Punkt  $P$  in der Ebene?

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad P(-1|2|0)$$

**Aufgabe 472:**

Wandeln Sie die Ebene  $E$  von der Parameterform in die Koordinatenform um.

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + l \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 473:**

Berechnen Sie den Abstand des Punktes  $P$  von der Ebene  $E$ .

$$E: \quad 4x_1 - 4x_2 + 7x_3 = 36, \quad P(-2|4|-3)$$

**Aufgabe 474:**

Gegeben ist die Ebene  $E$  durch ihre Koordinatengleichung. Bestimmen Sie eine Parameterform sowie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.

$$E: \quad 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 12$$



**Aufgabe 475:**

Berechnen Sie den Abstand der folgenden Punkte.

$$A(2 \mid -2 \mid 1), B(4 \mid -4 \mid 2)$$

**Aufgabe 476:**

Berechne den Abstand des Punktes  $P(3|2|1)$  von der Geraden  $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

**Aufgabe 477:**

Berechnen Sie den Abstand des Punktes P von der Ebene E.

$$E: \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, P(1 \mid -3 \mid 1)$$

**Aufgabe 478:**

Berechnen Sie den Abstand des Punktes P von der Ebene E.

$$P(4 \mid 3 \mid 1), E: 3x_1 + x_2 - 2x_3 - 5 = 0$$

**Aufgabe 479:**

Berechnen Sie den Abstand der beiden Ebenen.

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, F: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} + \sigma \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \tau \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 480:**

Berechnen Sie den Abstand der beiden windschiefen Geraden.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 14 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 481:**

Welche Lage haben die beiden Geraden zueinander?

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 482:**

Welche Lage haben die beiden Geraden zueinander?

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 483:**

Welche Lage haben die beiden Geraden zueinander?

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ -8 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 484:**

Berechnen Sie die Spurpunkte der Geraden g, die sich mit den Koordinatenebenen ergeben:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 485:**

Berechnen Sie den Schnittpunkt der Geraden  $g$  mit der Ebene  $E$ :

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 19 \end{pmatrix}$$

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -8 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 486:**

Berechnen Sie den Schnittpunkt der Geraden  $g$  mit der Ebene  $E$ :

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 11 \\ -4 \\ 20 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 11 \end{pmatrix}$$

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -8 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 487:**

Berechnen Sie den Schnittpunkt der Geraden  $g$  mit der Ebene  $E$ :

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -8 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix}$$

**Lineare Abbildungen****Aufgabe 488:**

Gegeben sei folgende Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -9 & 6 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Eigenvektoren dieser Matrix.